



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA

Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass
propuesto por D. Satoh para la predicción de ventas de
nuevos productos tecnológicos

TESIS DE GRADO DE INGENIERÍA EN MARKETING

Autora:

Claudia Vanessa Montanía Portillo

Tutor:

MSc. Santiago Gómez

SAN LORENZO - PARAGUAY

2015

**Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass
propuesto por D. Satoh para la predicción de ventas de
nuevos productos tecnológicos**

Trabajo Final de Carrera para optar por el título de Ingeniera en
Marketing

Defensa Oral

Fecha:

Examinador:

Examinador:

Examinador:

Calificación: (números)

Calificación: (letras)

Agradecimientos

A mi orientador Santiago Gómez, por la ayuda que me brindó a lo largo de este trabajo.

Al Laboratorio de Computación Científica y Aplicada, por recibirme siempre con las puertas abiertas.

A Christian Schaerer, por su apoyo para la realización de esta investigación.

Al profesor Pablo Aranda, por su gran colaboración en la búsqueda de los datos reales para las simulaciones del Modelo Propuesto.

A Miguel González por su gran ayuda para la culminación de este trabajo.

A Juan José Cáceres, por ayudarme en el manejo de las herramientas necesarias para la realización de este Trabajo Final de Carrera.

Resumen

Con el fin de predecir el comportamiento de productos nuevos que son introducidos dentro del mercado, se propone extender el Modelo Discreto de Bass para contemplar la estacionalidad y disminuir el sesgo en la predicción.

Algunos productos comercializados presentan aumentos y disminuciones importantes en las ventas en ciertas temporadas del año.

El Modelo Tradicional de Bass no contempla los picos y valles en su predicción, dando como resultado una previsión sesgada e inexacta en aquellos productos que están afectados por una fuerte estacionalidad.

Investigaciones previas en el área indican que desde un Modelo Discreto se puede lograr una gran precisión cuando se estiman los parámetros del modelo. Se realiza la extensión del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh, adicionando estacionalidad, teniendo en cuenta que la forma discreta es totalmente compatible con la predicción del Modelo Tradicional y mantiene los mismos parámetros de la innovación, imitación y potencial de mercado.

Palabras claves: Modelo de Bass, Discretización, Estacionalidad, Parámetros.

Abstract

In order to predict the behavior of new products as they are introduced to the market, we propose to extend the Discrete Bass model as proposed by D. Satoh to include seasonal variations and decrease prediction biases.

Some commercial products present important ups and downs in their sales during certain seasons of the year. The standard Bass model doesn't account for peaks and valleys in its prediction, yielding biased and inaccurate forecasts in those products that exhibit strong seasonality.

Research in the literature indicates that starting from a discrete model achieves greater precision when estimating the parameters of the model. Thus we extend the Discrete Bass Model proposed by Daisuke Satoh with adding seasonality, considering that the discrete form fully supports the prediction of the standard model and keeps the same parameters of innovation, imitation and market potential.

Keywords: Bass Model, Discretization, Seasonality, Parameter Estimation.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
Índice de figuras	IX
Índice de tablas	X
I Introducción	1
1. Introducción	2
1.1. Justificación	2
1.2. Resumen Ejecutivo	5
II Problematización	7
2. Problematización	8
2.1. Descripción del Problema	8
2.2. Formulación del Problema	9
2.3. Hipótesis de Investigación	9
2.4. Preguntas de Investigación	9
2.5. Objetivo general	10
2.6. Objetivos específicos	10
III Marco Teórico	11
3. Conceptos Iniciales	12
3.1. Conceptos de Marketing	12
3.2. Conceptos de Matemática	15
4. Predicción de Ventas	19
4.1. Concepto	19

4.2.	Utilidad	20
4.3.	Métodos para predecir las ventas de productos ya existentes	20
4.3.1.	Métodos con base en el juicio	21
4.3.2.	Métodos con base en el consumidor	21
4.3.3.	Métodos de extrapolación de ventas	22
4.3.4.	Métodos con base en modelos	23
4.4.	Métodos para predecir las ventas de productos realmente nuevos	24
4.5.	Uso de la Predicción de Ventas	25
4.5.1.	Factores de los que depende el resultado de la Predicción	25
4.5.2.	Razones para utilizar Métodos Cuantitativos	26
5.	Modelo Tradicional de Bass	28
5.1.	Concepto y utilización	28
5.2.	Conceptualización de los Parámetros utilizados en el Modelo Tradicional de Bass	30
5.2.1.	Teoría de Adopción y Difusión	30
5.2.2.	Parámetros	31
5.3.	Formulación del Modelo de Bass	32
5.3.1.	Hipótesis asumidas para la formulación	32
5.4.	Estimación de los parámetros del Modelo de Bass	34
5.5.	Curva generada por el Modelo Tradicional de Bass	35
5.6.	Alcance del Modelo Tradicional de Bass	36
6.	Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh	38
6.1.	Razones para discretizar el Modelo Tradicional de Bass	38
6.2.	Formulación del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh	41
6.3.	Estimación de Parámetros del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh	44
6.4.	Curva generada por el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh	45
6.5.	Mejoras obtenidas a través de la Discretización del Modelo de Bass	47
7.	Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad	48
7.1.	Concepto de estacionalidad	48
7.2.	¿Por qué considerar estacionalidad en un Modelo de Predicción de Ventas de Nuevos Productos?	49
7.3.	Formulación del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad	51
7.3.1.	Ecuación base	51
7.3.2.	Adición de Estacionalidad	52
7.3.3.	Estimación de Parámetros	55
7.4.	Resultados obtenidos con la adición de Estacionalidad al Modelo Tradicional de Bass	56
7.5.	Curva generada por la adición de Estacionalidad al Modelo Tradicional de Bass	56

IV	Diseño Metodológico	58
8.	Diseño Metodológico	59
8.1.	Enfoque de Investigación	59
8.2.	Tipo de Investigación	59
8.3.	Técnicas de Investigación	60
8.4.	Población	60
8.5.	Muestra	60
8.6.	Unidad de Análisis	60
8.7.	Método de Investigación	61
8.8.	Recolección de datos	61
V	Modelo Propuesto	62
9.	Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propues- to por Daisuke Satoh	63
9.1.	Razones que sugieren la aplicación de estacionalidad al Modelo Dis- creto de Bass propuesto por D. Satoh.	64
9.2.	Formulación del Modelo Propuesto	66
9.2.1.	Estimación de Parámetros	70
9.2.2.	Aproximación numérica del Modelo para su implementación	70
9.3.	Curva generada por el Modelo Propuesto	74
10.	Simulaciones	76
10.1.	Consideraciones sobre los datos tomados para las simulaciones	76
10.2.	Tablas de datos	78
10.2.1.	Datos base <i>iPod</i>	78
10.2.2.	Datos de ventas del <i>iPad</i>	79
10.3.	Predicción de ventas	80
10.3.1.	Predicción con el Modelo Propuesto	80
10.3.2.	Predicción con el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh	83
10.3.3.	Predicción de ventas con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad	84
10.3.4.	Comparación entre los resultados obtenidos con todas las predicciones del <i>iPod</i>	87
10.3.5.	Comparación de la predicción del Modelo Propuesto con los datos de ventas del <i>iPad</i>	90
VI	Conclusiones	104
11.	Conclusiones	105
11.1.	Hipótesis de Investigación	105
11.2.	Objetivo general	105

11.3. Objetivos específicos	106
11.4. Recomendaciones	108
Glosario	110
Bibliografía	112

Índice de figuras

1.1. Esquema de trabajo a ser seguido en el Trabajo Final de Carrera . . .	5
5.1. Curva generada por el Modelo Tradicional de Bass	36
6.1. Curva del número acumulado de adoptadores, generada por el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh	46
6.2. Curva generada por el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh	46
7.1. Curva generada por el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad	57
9.1. Curva generada por el Modelo Propuesto	75
10.1. Curva generada por el Modelo Propuesto para la predicción de ventas del <i>iPod</i> durante el periodo 2006-2014	83
10.2. Curva generada por el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh para la predicción de ventas del <i>iPod</i> durante el periodo 2006-2014	84
10.3. Curva generada por el Modelo de Bass con Estacionalidad para la predicción de ventas del <i>iPod</i> durante el periodo 2006-2014	87
10.4. Curva generada por los tres Modelos y por los datos reales de ventas del <i>iPod</i> durante el periodo 2006-2014	88
10.5. Curva generada por el Modelo Propuesto para la predicción de ventas del <i>iPad</i> durante el periodo 2010-2014	91
10.6. Curva generada por el Modelo Propuesto para la predicción de ventas del <i>iPad</i> , para $m = 440$ durante el periodo 2010-2014	92
10.7. Curva generada por el Modelo Propuesto para la predicción de ventas del <i>iPad</i> , para $m = 470$ durante el periodo 2010-2014	93

Índice de tablas

10.1. Datos extraídos del portal <i>Statista</i> sobre la venta de <i>iPod</i> durante el periodo 2006-2014. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas millones de productos.	94
10.2. Datos extraídos del portal <i>Statista</i> sobre la venta de <i>iPad</i> durante el periodo 2010-2014. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.	95
10.3. Predicción de ventas obtenida por el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh para el periodo 2006-2014. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.	96
10.4. Predicción de ventas y diferencias respecto a los datos reales obtenidos con el Modelo Propuesto. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.	97
10.5. Predicción de ventas y diferencias respecto a los datos reales obtenidos con el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.	98
10.6. Resultados obtenidos por la predicción con el Modelo Tradicional de Bass para el <i>iPod</i> durante el periodo 2006-2014. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.	99
10.7. Predicción de ventas y diferencias respecto a los datos reales obtenidos con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.	100
10.8. Comparación de las ventas reales, predicción de las ventas con el Modelo Propuesto (M.P.), predicción de las ventas con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad (M.B.E) y Modelo Discreto propuesto por Daisuke Satoh (D.S.) durante el periodo 2006-2014. Las ventas están expresadas en millones de productos.	101
10.9. Diferencias de las ventas reales, predicción de las ventas con el Modelo Propuesto (M.P.), predicción de las ventas con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad (M.B.E) y Modelo Discreto propuesto por Daisuke Satoh (D.S.). Las ventas están expresadas en millones de productos.	102

10.10	Sumatoria de diferencias y sumatoria de valores absolutos de las diferencias entre los datos reales y las predicciones de: el Modelo Propuesto, el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad y el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh, expresadas en millones de productos.	103
10.11	Comparación entre las ventas reales del <i>iPad</i> y la predicción punto a punto del Modelo Propuesto (M.P.) durante el periodo 2010-2014. Las ventas están expresadas en millones de productos.	103

Parte I

Introducción

Capítulo 1

Introducción

1.1. Justificación

Este Trabajo de Final de Carrera se basó en el Modelo de Difusión de Bass, un modelo continuo propuesto en el año 1969, que predice las ventas de un nuevo producto que será lanzado al mercado, en función a estimaciones de expertos o a un producto similar introducido dentro del mercado con anterioridad, utilizando parámetros de innovación, imitación y potencial de mercado.

Daisuke Satoh propuso en el año 2001, un Modelo de Bass totalmente discretizado desde su concepción. Este modelo mejora las estimaciones de los parámetros considerablemente, minimizando de esta manera los errores acumulados en cada paso de la discretización de un modelo continuo.

Posteriormente, en el año 2010, la Universidad Erasmus de Rotterdam, investigó sobre el sesgo en la predicción del Modelo de Bass, debido a que no considera el comportamiento estacional de algunos productos. Por ello, proponen el Modelo de Bass con Estacionalidad, a través de la aplicación de estacionalidad en el modelo original continuo, obteniendo mejoras en la predicción.

En este trabajo se propuso la Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh para la predicción de ventas de nuevos productos tecnológicos, con el objetivo de determinar si la combinación de ambas mejoras al Modelo Original proporciona una mejora mayor o si la diferencia no es significativa, obteniendo en ambos casos una respuesta útil para los investigadores y sobre todo para los analistas de las empresas.

La carrera de Ingeniería en *Marketing* es muy nueva dentro de la Facultad Politécnica, por lo que existen pocos egresados y por tanto, pocos Trabajos Finales de Carrera. La mayoría de los trabajos ya presentados abarcan trabajos operativos, de creación e implementación de estrategias a empresas o situaciones del medio, es decir no existen antecedentes de trabajos basados en modelos de predicción de ninguna variable del *marketing*, así como tampoco de predicción de ventas.

El tema propuesto para el Trabajo de Final de Carrera presentó grandes posibilidades de realización, considerando primeramente que todas las herramientas tanto matemáticas como del área de *marketing* forman parte del contenido de materias correspondientes a la malla curricular de la carrera, y aunque no hayan sido desarrollados en la profundidad que demanda el tema, generan el conocimiento necesario para iniciar una investigación basada en esos tópicos.

La Facultad Politécnica cuenta con el Laboratorio de Computación Científica y Aplicada (LCCA), donde trabajan profesionales de las áreas de Informática, Matemática Pura y Matemática Aplicada en el rubro de la investigación científica. Esto posibilitó la inserción de una Tema de Investigación de *Marketing*, apoyado en una de las ramas que ofrece el LCCA, que en este caso es la Matemática Aplicada. De esta manera, para este Trabajo Final de Carrera fue posible contar con la colaboración de dicho laboratorio y con la experiencia de sus investigadores en asesorías para la elaboración de tesis.

El interés hacia la predicción de ventas de nuevos productos surgió de la necesidad de brindar a las empresas y organizaciones una respuesta sólida y comprobable a la interrogante que prima a la hora de lanzar un nuevo producto: si representarán un éxito o un fracaso comercial.

Es importante mencionar que aún con la Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass, no se prescinde de las opiniones ni predicciones de un experto, pero se proporciona un gran respaldo a la hora de aplicar alguna estrategia o de recomendar el lanzamiento de un nuevo producto propiamente, ya que muestra cuál sería el comportamiento a lo largo del ciclo de vida tanto del producto utilizado como base para la predicción, como del producto a ser lanzado.

Un punto importante para la propuesta, fue la necesidad de realizar trabajos de Matemática Aplicada al área de *marketing*, ya que constituye el primer paso para

la globalización de la carrera siguiendo los estándares de estudio de las demás universidades del mundo, facilitando de esta manera la cooperación entre las mismas y sobre todo, la apertura de oportunidades de estudios de postgrado en esa área.

Cabe destacar que como las áreas que han intervenido en el desarrollo del Modelo Propuesto son: *Marketing*, Probabilidad, Estadística, Cálculo, Economía y Programación, este tema tiende a ser multidisciplinario y puede extenderse a aplicaciones en otras carreras existentes dentro de la Facultad Politécnica, tales como Informática, Electrónica, Análisis de Sistemas y Programación, lo que podría generar una cooperación entre carreras en futuros trabajos.

Las investigaciones tomadas como base en este trabajo fueron referenciadas en todo momento dentro del mismo, ya que constituyeron las fuentes principales para la formulación del problema, evidenciando de esta manera que las ideas previas sobre el tema, así como las soluciones de los problemas que se presentaron dentro de dichas investigaciones, fueron realizadas por otros autores y sirvieron como inspiración para este trabajo.

Se espera que los compañeros de la carrera se interesen en el área de Predicción de Ventas y continúen con la realización de Trabajos de Final de Carrera dentro de la misma línea, con el objetivo de que a mediano plazo se puedan formar grupos de investigación de distintas áreas específicas, que no sólo mejoren los conocimientos de los alumnos, sino que también, se realicen aportes significativos a la carrera y se eleve la reputación de los egresados de Ingeniería en *Marketing* de la Facultad Politécnica.

Por último, este trabajo representó el inicio del proceso de la generación de trabajos que posibiliten la toma de decisiones respaldada en las empresas y organizaciones paraguayas, dejando atrás el concepto de que esta disciplina es solamente operativa y que no necesita estudios previos para su aplicación. Esto no solamente contribuirá a mejores resultados dentro de las empresas, sino que a su vez iniciará un cambio en el paradigma del *Marketing* paraguayo, posibilitando una evolución hacia el reconocimiento de la alta complejidad analítica de los trabajos que son realizados dentro de esta área, tanto en el ámbito educativo como en el laboral.

1.2. Resumen Ejecutivo

Este Trabajo Final de Carrera propone la mezcla entre dos Modelos de Predicción de Ventas, basados en el Modelo Tradicional de Bass. Se muestra un esquema general del procedimiento:

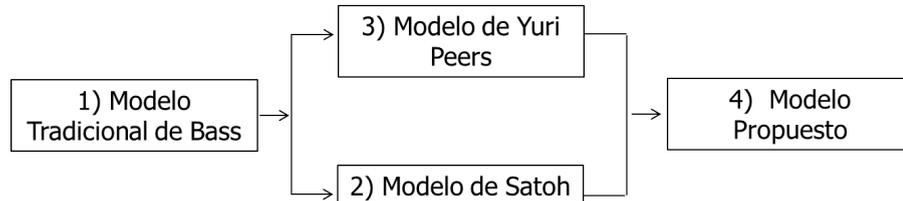


FIGURA 1.1: Esquema de trabajo a ser seguido en el Trabajo Final de Carrera

El trabajo está organizado como sigue:

En la Parte 2 (Problematización) se incluye la descripción del problema, formulación del mismo, las preguntas de investigación y objetivos del Trabajo Final de Carrera.

En la Parte 3 (Marco Teórico) se presentan los siguientes capítulos:

- Capítulo 3 (Conceptos Preliminares): una base de conceptos necesarios para la comprensión del texto del libro.
- Capítulo 4 (Predicción de Ventas): se describen los métodos conocidos para la predicción de ventas y su utilidad.
- Capítulo 5 (Modelo Tradicional de Bass): se presenta el Modelo Tradicional de Bass, funcionalidad, parámetros, formulación y alcance del mismo. Está representado por el Cuadro 1 dentro del esquema.
- Capítulo 6 (Modelo Discreto de Bass Propuesto por Daisuke Satoh): presentación del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh, con su formulación y beneficios. Está representado por el Cuadro 2 dentro del esquema.
- Capítulo 7 (Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad): se muestra el origen del Modelo mencionado, así como su formulación y mejoras. Está representado por el Cuadro 3 dentro del esquema.

En la Parte 4 (Diseño Metodológico) se incluye:

- Capítulo 8: se describen todos los aspectos que forman parte de la metodología del Trabajo Final de Carrera.

En la Parte 5 (Modelo Propuesto) se presentan los siguientes capítulos:

- Capítulo 9 (Modelo Propuesto: Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh): incluye las consideraciones, requerimientos y formulación de la propuesta realizada en el Trabajo de Final de Carrera. Está representado por el Cuadro 4 dentro del esquema.
- Capítulo 10 (Simulaciones): se presentan datos para realizar simulaciones con el objetivo de evaluar el desempeño del Modelo Propuesto.

En la Parte 6 (Conclusiones) se presenta:

- Capítulo 11 (Conclusiones y Trabajos Futuros): se presentan las conclusiones finales alcanzadas con el trabajo, así como ideas para investigaciones futuras, con la intención de mejorar también la propuesta realizada en este Trabajo Final de Carrera.

Parte II

Problematización

Capítulo 2

Problematización

2.1. Descripción del Problema

El lanzamiento de un nuevo producto al mercado es motivo de tensión dentro de la empresa debido a que los especialistas se basan en general, en sus visiones, opiniones y experiencias previas en el rubro. Como todas las variables anteriores son puramente subjetivas, los miembros del directorio o los dueños de la empresa se someten a la difícil decisión de seguir consejos que usualmente no suelen mostrar los posibles escenarios de ventas y mucho menos los resultados de las inversiones.

Existe una gama de métodos para predecir las ventas de un producto dentro del mercado, que podrían dejar atrás la opinión de acuerdo a la experiencia. Sin embargo, cuando se inicia el proceso de toma de decisión para el lanzamiento de un nuevo producto, se deben reconocer las variables que son pertinentes a la hora de determinar la factibilidad del ingreso de un nuevo producto al mercado. Aunque se haga un minucioso estudio de los factores externos e internos y una investigación de los antecedentes del mercado, la conclusión será errónea si las variables tomadas no son las que realmente influyen en el éxito o fracaso del lanzamiento.

Las predicciones de venta con Métodos Cuantitativos ofrecen una disminución del sesgo producido por el ruido externo y por las predicciones hechas por expertos solamente. Aunque no ofrecen una respuesta exacta, son bastante eficaces para determinar el comportamiento de los productos dentro del mercado.

Si se analiza el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh, se puede apreciar que las predicciones de las ventas no serán lo suficientemente aproximadas a la

realidad, debido a que no considera los comportamientos estacionales de algunos productos, entre ellos, los productos tecnológicos, es decir se ignoran los picos y los valles del periodo en análisis.

Finalmente, la estimación de los parámetros de innovación (p), imitación (q) y potencial de mercado (m) presentada por D. Satoh es mejor que la estimación presentada en el Modelo Tradicional de Bass, pero aun no es totalmente ajustada a la realidad, ya que la estacionalidad no es considerada dentro del modelo y por lo tanto, tampoco en el cálculo de los parámetros, agregando un punto más de sesgo a la predicción.

2.2. Formulación del Problema

¿Cuáles son los beneficios de aplicar estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh para la predicción de ventas de nuevos productos tecnológicos?

2.3. Hipótesis de Investigación

La Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh genera una mejor predicción de ventas respecto al Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad y al Modelo Discreto propuesto por D. Satoh.

2.4. Preguntas de Investigación

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos/prácticos conocidos para la predicción de ventas de nuevos productos?
2. ¿Cuáles son las variables más importantes que definen el comportamiento del lanzamiento de un nuevo producto?
3. ¿Constituye la estacionalidad un fenómeno determinante a la hora de predecir las ventas de un producto tecnológico?

4. ¿Cuáles son las consideraciones que podrían quedar excluidas a la hora de utilizar solamente el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh para realizar la predicción?
5. ¿Cómo se puede lograr que el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh considere estacionalidad?

2.5. Objetivo general

Determinar los beneficios de aplicar estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh en la previsión de ventas de nuevos productos tecnológicos.

2.6. Objetivos específicos

1. Identificar cuáles son los fundamentos teóricos/prácticos conocidos para la predicción de ventas de nuevos productos.
2. Reconocer las variables más importantes que definen el comportamiento del lanzamiento de un nuevo producto.
3. Determinar si la estacionalidad es un fenómeno determinante a la hora de predecir las ventas de un producto tecnológico.
4. Señalar las consideraciones que podrían quedar excluidas a la hora de utilizar solamente el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh.
5. Desarrollar un mecanismo para lograr que el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh considere estacionalidad.

Parte III

Marco Teórico

Capítulo 3

Conceptos Iniciales

En este Capítulo se definirán los conceptos que son necesarios para la comprensión total del contenido del libro. Se presentan las definiciones separadas en dos categorías: *Marketing* y Matemática, ya que en el presente Trabajo Final de Carrera se propone una combinación entre ambas disciplinas.

3.1. Conceptos de Marketing

1. Producto realmente nuevo

“Los productos realmente nuevos son aquellos realmente diferentes. Sus características son:

- a) Crean o amplían una nueva categoría de productos.
- b) Son nuevos para consumidores, quienes con frecuencia requieren de un aprendizaje sustancial (para qué se puede usar, con qué compite, por qué es útil).
- c) Crean (a veces) una necesidad de infraestructura, software y anuncios.
- d) Crean problemas generales dentro de las empresas, como son los canales apropiados de distribución y responsabilidad organizacional” (Lehmann y Winer, 2005, p.275)

2. Público o Mercado Objetivo

“Consiste en un conjunto de compradores que tienen necesidades y/o características comunes a los que la empresa u organización decide servir” (Kotler y Armstrong, 2007, p. 50).

Se debe analizar el atractivo de cada conjunto de compradores que se detecta dentro del mercado, en función a distintos criterios para finalmente, decidir a cuál o cuáles conjuntos se intentará ingresar.

3. Ciclo de vida de un producto

El ciclo de vida del producto según Lambin, Gallucci y Sicurello, es un concepto esencialmente dinámico, tomado de la biología, que asume la forma de una gráfica con forma de *S*.

Contempla todo el tiempo que el producto permanece dentro del mercado y determina la estrategia a seguir. Además las utilidades varían conforme evolucione el ciclo de vida del producto.

Según los mismos autores, se distinguen cinco fases:

- a) Fase de introducción: se caracteriza por un lento crecimiento de las ventas y altos costos de introducción.
- b) Fase de crecimiento: se produce un crecimiento acelerado de las ventas, con la consecuente reducción de los costos a causa del crecimiento de la producción.
- c) Fase estacionaria: las ventas se desaceleran y se consigue conquistar a la mayor parte del mercado.
- d) Fase de madurez: es la fase de mayor duración. La demanda se estabiliza y la mayoría de las empresas del rubro tratan de extender la vida del producto.
- e) Fase de declive: se caracteriza por la caída sistemática de las ventas, en general, por la aparición de innovaciones dentro del mercado.

4. Lanzamiento de un producto

Según Philip Kotler y Gary Armstrong, el lanzamiento de un producto es el inicio de la comercialización del mismo.

Cuando una empresa decide lanzar un nuevo producto, primero debe analizar los tiempos adecuados (cuándo), así como el lugar (dónde, en una región, en un país, etc.), para definir de esta manera el alcance de su lanzamiento.

Corresponde a la fase de introducción dentro del ciclo de vida de un producto.

5. Adopción de un nuevo producto

Según Philip Kotler y Gary Armstrong, es parte de un proceso en el cual el consumidor primeramente se entera o descubre el nuevo producto, para finalmente adoptarlo. En la etapa de la adopción, el consumidor decide utilizar plenamente y con regularidad el producto. El proceso de adopción tiene varias etapas:

- **Conciencia:** el consumidor descubre la existencia del mismo producto, pero todavía no posee información sobre el mismo.
- **Interés:** el nuevo producto despierta el interés del consumidor, quien busca informarse sobre éste.
- **Evaluación:** el consumidor analiza la posibilidad de probar el producto.
- **Prueba:** el consumidor prueba el nuevo producto en pequeñas cantidades.
- **Adopción:** el consumidor decide utilizar el producto de manera regular.

6. Líder de opinión

El líder de opinión es “el miembro de un grupo de referencia que, por sus habilidades especiales, conocimientos, personalidad u otras características, ejerce una influencia sobre los demás” (Kotler y Armstrong, 2007, p. 147).

La importancia de la influencia que el líder de opinión puede ejercer es variable, dependiendo de las marcas y de los productos que se comercializan. En caso de que exista una fuerte correlación entre las opiniones del líder y el comportamiento de los potenciales consumidores, la empresa debe prestar especial atención para convencer de la prueba del producto a los mismos. Cuanto más elaborado y consonante con la moda sea el producto, la influencia será mayor. La tecnología es un rubro donde los líderes de opinión tienen un gran poder.

7. Pico de ventas

Es un momento dentro de un periodo de un producto determinado, en el que las ventas se incrementan por encima de la curva de ventas del mismo, como consecuencia de la estacionalidad del producto.

8. Valle de ventas

Es un momento dentro del ciclo de vida de un producto determinado, en el que las ventas caen a consecuencia de un pico de ventas que ocurre en un intervalo de tiempo cercano al momento de observación.

3.2. Conceptos de Matemática

Según (Claphan y Nicholson, 1996), se tienen las siguientes definiciones:

1. **Modelo matemático** Es la representación de un problema del mundo real por medio de expresiones matemáticas. Estas situaciones reales pueden pertenecer a cualquier área: física, ingeniería, economía y expresarlas como un modelo matemático permite realizar supuestos y simplificaciones, pudiéndose resolver el problema.

Cuando los resultados matemáticos son interpretados en términos del problema del mundo real, los mismos pueden convertirse en soluciones apropiadas para el problema original.

2. Función

Una función f desde S a T , donde S y T son conjuntos no vacíos, es una regla que asocia cada elemento de S (dominio) con un único elemento de T (codominio). También se la llama mapeo.

3. Función continua

La función f en una variable es continua en a si $f(x) \rightarrow f(a)$ cuando $x \rightarrow a$.

La idea básica es que si un valor x está cerca de a , entonces el valor de la función $f(x)$ también estará cerca del valor de la función $f(a)$. Es decir, la función no toma saltos inesperados cuando $x = a$ o cuando x está cerca de a .

4. Función discreta

Una función es discreta si toma valores de un solo conjunto de valores diferentes. Es decir, toma valores de un conjunto numerable. Son muy utilizadas en la Teoría de la Computación y en la Matemática Discreta, ya que trata datos finitos.

5. Datos discretos

Los datos son discretos si la población es finita. Esto significa que si se realizan observaciones dentro de una población con un número finito de elementos, los resultados de dichas observaciones serán datos discretos.

6. Datos continuos

Los datos son continuos si la población forma un intervalo finito o infinito. Esto significa que si se realizan observaciones dentro de una población compuesta por infinitos intervalos, los resultados de dichas observaciones serán datos continuos.

7. Discretización de una función

Es el proceso de aproximar una función a una alternativa discreta. Generalmente mejora el tratamiento de la función y facilita su interpretación.

8. Límite de una función

El límite, si es que existe, de una función $f(x)$ cuando x tiende a a es un número l con la propiedad de que, cuánto más cerca se encuentre x de a , más cerca se encuentra $f(x)$ de l .

9. Derivada de una función

Si para la función f

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

existe límite cuando $h \rightarrow a$, este límite es la derivada de f en a y se representa por $f'(a)$.

10. Integración de una función

Es el proceso de encontrar una antiderivada de una función f .

Más intuitivamente se la puede definir como la generalización de una suma de un número incontable de sumandos, que a su vez son infinitamente pequeños.

Se expresa de la siguiente manera:

$$\int_a^b f(x) \cdot dx$$

Lo cual significa que se realiza la suma de cada uno de los valores que toma $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$.

11. Ecuación diferencial

Suponga que y es una función de x y que $y', y'', \dots, y^{(n)}$ son las derivadas $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}$. Una ecuación diferencial ordinaria es una ecuación en función a x, y, y', y'' . El grado de la ecuación diferencial es igual al grado de la mayor derivada $y^{(n)}$ que aparece en la misma.

12. Probabilidad

La probabilidad de un evento A , simbolizada como $P(A)$ la se refiere a la posibilidad de ocurrencia del evento.

Para cualquier evento A , el valor de la probabilidad se encuentra dentro del intervalo $[0;1]$.

Si el evento A no ocurre, entonces $P(A) = 0$ y si siempre ocurre, entonces $P(A) = 1$.

13. Regresión lineal simple

Es un procedimiento estadístico para determinar la relación entre una variable dependiente una variables explicativas.

El objetivo es en general lograr que el valor de la variable dependiente pueda obtenerse a través de las variables explicativas.

Por ejemplo, si una tendencia de la moda, determina la compra de un producto tecnológico, se puede explicar el comportamiento de las compras en función al análisis de esa tendencia.

14. Regresión lineal múltiple

Lo mismo que regresión lineal simple, pero con varias variables explicativas.

La lluvia, por ejemplo depende de tres variables: presión atmosférica, temperatura y humedad atmosférica. Si se quiere explicar el comportamiento de la lluvia, se utilizan sus tres variables explicativas.

15. Multicolinealidad de variables

En estadística, existe multicolinealidad cuando dos o más de las variables explicativas en una Regresión Múltiple tienen una fuerte correlación.

16. Media aritmética

La media aritmética de los números a_1, a_2, \dots, a_n es igual a:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

Representa a la cantidad total de una variable, distribuida en partes iguales entre cada observación. Es decir, es un valor representativo de un conjunto de datos.

17. Error estándar

Es la desviación estándar de un estimador de un parámetro poblacional.

Es decir, existen diferencias entre las muestras que se escogen (aunque sean de la misma población), lo cual hace que la estimación de la media muestral tenga errores. El error estándar de una media muestral para una muestra de tamaño n está representado por $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, donde σ^2 es la varianza.

Muchas veces no se puede saber el valor real de este error, aunque siempre es importante determinar el origen del mismo.

18. Sesgo

Es un prejuicio, una pérdida de objetividad o aleatoriedad, que resulta en un desequilibrio que genera respuestas que pueden estar distorsionadas.

En estadística, esto ocurre cuando un proceso contiene algún desequilibrio sistemático que produce que el resultado del proceso no sea igual al valor verdadero.

19. Heterocedasticidad

Es un fenómeno estadístico que se presenta en un Modelo de Regresión Lineal, cuando la varianza entre las observaciones no es constante. Esto significa que entre observación y observación, las variaciones no siguen un patrón reconocible y controlable.

Capítulo 4

Predicción de Ventas

4.1. Concepto

La Predicción de Ventas es el volumen de ventas que se prevé conseguir (es decir lo que uno logre probablemente) a partir de una serie de condiciones, durante un período específico (Lehmann y Winer, 2005, p. 188).

Busca tener alguna idea sobre lo que ocurrirá en el futuro. En una empresa no sólo es importante determinar la cuota de mercado y las ganancias que se obtendrán, también se debe determinar el posible volumen de ventas, ya que todas las acciones que se realizan dentro de la empresa giran en torno a la demanda de productos y a su comportamiento.

La Predicción de Ventas cobra protagonismo a la hora de considerar la Planeación Estratégica de *Marketing*, ya que tener una perspectiva de las ventas ayuda a determinar los recursos necesarios para satisfacer la demanda prevista, teniendo en cuenta que dichos recursos no sólo son financieros, sino también técnicos y humanos.

Aunque la Predicción de Ventas no sea totalmente precisa, ayuda a tener un panorama general de lo que acontecerá con las ventas de un producto, lo cual reduce la incertidumbre y ayuda a prever todas las soluciones a los posibles problemas que puedan surgir.

4.2. Utilidad

Según Donald R. Lehmann y Russell S. Winer, la Predicción de Ventas ayuda en los siguientes puntos:

1. *Se contestan preguntas hipotéticas*: se puede tomar la decisión de qué estrategia de precios o de ventas seguir en función a los resultados de la Predicción de Ventas.
2. *Se facilita el establecimiento de un presupuesto*: brinda un bosquejo general sobre los recursos que son necesarios para atender la demanda que se prevé.
3. *Se crea una base para monitorear el sistema*: cuando las ventas no se ajustan a la predicción, la empresa debe tener una alerta sobre las posibles fallas: que las variables no han sido correctamente consideradas o que se necesita un cambio de estrategia.
4. *La producción se planea más fácilmente*: cometer errores en la Predicción puede repercutir en la previsión de recursos financieros, humanos y tecnológicos y en los procesos de producción.
5. *Los analistas financieros valúan las empresas*: las acciones de las empresas son evaluadas en muchos casos, de acuerdo a la Predicción de Ventas. Los errores en la previsión pueden ocasionar cambios drásticos en los valores de dichas acciones.

4.3. Métodos para predecir las ventas de productos ya existentes

Se han inventado muchos métodos para hacer la predicción de ventas de productos ya existentes. Donald R. Lehmann y Russell S. Winer citan a Chambers, Mullick y Smith (1971); Georgoff y Murdick (1986); Wheelwright y Makridakis (1985) para describir las técnicas más utilizadas:

4.3.1. Métodos con base en el juicio

Son métodos que utilizan únicamente juicio de expertos dentro de la empresa.

1. *Extrapolación espontánea*: consiste en obtener los datos de ventas del último periodo y agregarle un incremento sugerido por el experto, quien conoce el comportamiento de las ventas del periodo pasado.
2. *Opinión de la fuerza de ventas*: se utiliza las predicciones de cada vendedor. Luego se suman todas las predicciones para obtener la predicción general. Puede llegar a ser muy precisa por el nivel de cercanía de los vendedores con los clientes, de modo que comprenden su comportamiento. Pero hay que tener cuidado con que muchas veces, los vendedores proponen cifras muy altas con el deseo de incentivar el crecimiento de la empresa.
3. *Opinión del jurado de expertos*: consiste en la recopilación de las opiniones de los expertos de una empresa o de la industria misma. Dichas opiniones se analizan, realizando ponderaciones para las opiniones, dependiendo del grado de educación, antigüedad en la empresa, experiencia en el rubro, etc. Con este tipo de predicción, suelen cometerse muchos errores ya que se depende del tino del predictor, aunque puede llegar a ser muy certera si el experto es una persona con mucho conocimiento sobre el negocio y los clientes del mismo.
4. *Método Delphi*: es una forma de Opinión del Jurado de Expertos. Un coordinador pide a un grupo de expertos que emitan una predicción. Luego recoge lo obtenido y calcula un promedio. Dicho promedio es entregado nuevamente al grupo, quienes vuelven a reconsiderar su pronóstico inicial. Se realiza este proceso hasta que quede una predicción equilibrada con respecto a todas las opiniones dadas. Puede ser peligrosa considerando que lo que busca el método es el equilibrio entre las opiniones, no el equilibrio con una predicción aproximada a la realidad.

4.3.2. Métodos con base en el consumidor

Utiliza toda la información que pueda obtener de los consumidores. No se puede garantizar la exactitud del pronóstico ya que está basado en opiniones de los

consumidores, pero generan muy buenos resultados para determinar la aceptación o rechazo de un producto.

1. *Prueba de Mercado*: existen varias técnicas dentro de la Prueba de Mercado, la mayoría de ellas sustentadas en la Investigación del Mercado, como las encuestas a grupos de interés y líderes de opinión. La principal tarea es pedir a los potenciales compradores que expresen su concepto sobre el producto. El resultado de estas pruebas revelan información sobre la cuota de mercado, lo cual es muy útil para la predicción de ventas.
2. *Encuestas al mercado*: se realiza a potenciales consumidores. Se diferencia de la Prueba de Mercado porque esta táctica intenta revelar la intención de compra. Se utilizan escalas para determinar el grado de intención. Otra información comúnmente requerida es la cantidad a ser comprada. Ambos resultados son extrapolados a la población, obteniendo de esta manera la predicción final.

4.3.3. Métodos de extrapolación de ventas

Se valen de los datos históricos de las ventas de los productos para realizar sus predicciones.

1. *Promedios móviles*: el objetivo es disminuir y, en el mejor de los casos, eliminar el ruido existente en los datos históricos disponibles, para facilitar el reconocimiento de las tendencias y los ciclos dentro de los periodos de ventas analizados. Para ello se eliminan las variaciones aleatorias existentes en el conjunto de datos. Para su utilización, es importante saber que los datos de ventas pasadas tienen al menos cuatro componentes:
 - a) Valor base
 - b) Tendencia
 - c) Estacionalidad
 - d) Aleatoriedad

Por ejemplo, el promedio de tres periodos de ventas $\bar{V}(t)$ en un tiempo t está dado por:

$$\bar{V}(t) = \frac{V(t-1) + V(t) + V(t+1)}{3}, \quad (4.1)$$

donde $V(t)$ es la predicción de ventas en el tiempo t .

2. *Suavizamiento exponencial*: es parecido a la técnica de Promedios Móviles, ya que también busca eliminar el ruido de los datos. En este caso, se suavizan las variaciones aleatorias utilizando métodos exponenciales decrecientes, estimando de esta manera los ciclos y las tendencias de forma separada. Se puede obtener aplicando la fórmula:

$$\hat{V}(t+1) = aV(t) + (1-a)\hat{V}(t), \quad (4.2)$$

donde \hat{V} es un pronóstico. El pronóstico en el periodo $t+1$ es una combinación entre las ventas del producto en el periodo t y la predicción el periodo $t+1$. El parámetro a se halla entre 0 y 1 y se calcula a partir de los datos de las ventas pasadas.

3. *Análisis de regresión a través del tiempo*: consiste en realizar una regresión en función al tiempo. Resulta muy sencilla de calcular cuando no se tiene en cuenta la estacionalidad. Además se puede realizar con Excel o algún programa similar. Determina el nivel base de la predicción (intersección) y la tendencia que seguirán las ventas (pendiente).

4.3.4. Métodos con base en modelos

Utilizan diversas variables para predecir las ventas, dejando de lado la unicidad del tiempo como variable, como en los anteriores métodos.

1. *Análisis de regresión*: es una generalización del Análisis de Regresión a través del tiempo, ya que utiliza otras variables, dependiendo del impacto que tienen en las ventas. Puede utilizar publicidad, precio o características socio-demográficas de la población. Por ejemplo, para predecir las ventas de un producto tecnológico, se podría tener el siguiente modelo:

$$Ventas = a + b(publicidad) + c(precio) + d(competencia) + (t_m),$$

donde t_m representa el tiempo en el mercado.

Con los datos de las ventas anteriores y de publicidad, precio, la competencia y el tiempo en el mercado (etapa en el ciclo de vida del producto), se pueden estimar los parámetros a, b, c y d , que podrán utilizarse luego para realizar el pronóstico.

2. *Indicadores principales*: son aquellos indicadores macroeconómicos que fluctúan antes que la economía en sí. Son utilizados más que nada, para prever el ambiente que rodea al mercado en el cual se operará y permite predecir las ventas del producto teniendo en cuenta las condiciones externas.
3. *Modelos econométricos*: son grandes modelos que simulan lo que pasaría en la economía si se produce algún cambio en alguna variable econométrica. Tuvieron gran popularidad en la década de 1970, pero pronto se dejó de utilizarlo por el excesivo costo y porque las predicciones no eran buenas, ya que sólo se encargaba del ambiente externo y no siempre reflejaba la realidad de la demanda de los productos analizados.

4.4. Métodos para predecir las ventas de productos realmente nuevos

Cuando se tienen productos realmente nuevos es poco realista pensar en un Análisis de Regresión, en una Extrapolación Espontánea o en un Suavizamiento exponencial, ya que no se tienen antecedentes de ventas. Otro punto de complicación a la hora de la predicción es que el ciclo de ventas de los productos no sigue necesariamente el estándar aceptado, principalmente en innovaciones tecnológicas donde los productos tienen periodos más cortos de tiempo dentro del mercado.

La salida rápida a la predicción de ventas de un producto suele ser la opinión de expertos, que analizan el mercado potencial, los consumidores potenciales y estiman cuál será el comportamiento del producto una vez lanzado. El problema es que, como se mencionó anteriormente, estos comportamientos varían entre un producto y otro. Además, los juicios también varían entre un experto y otro. Al carecer de datos de ventas previas que avalen la opinión de los expertos, la predicción es menos segura de lo que se espera.

Para hacer frente a este tipo de situaciones, se crearon modelos que ayudan a la predicción de las ventas de los nuevos productos, desde sus primeras compras. El más popular y utilizado en *Marketing* es el Modelo de Bass (1969).

Dicho Modelo se analizará con profundidad en el siguiente capítulo.

4.5. Uso de la Predicción de Ventas

4.5.1. Factores de los que depende el resultado de la Predicción

La utilización de todos los Métodos de Predicción de Ventas arrastran consigo un error. Dicho error puede ser mayor o menor dependiendo no solamente de la efectividad del modelo, sino también de los siguientes factores, según Donald R. Lehmann y Russell S. Winer:

- *Horizonte temporal*: los métodos arrojan mayor o menor error de predicción, conforme aumenta o disminuye la longitud del intervalo de tiempo que se toma para dicha predicción. Por ejemplo, los pronósticos basados en el juicio son muy efectivos a corto plazo, pero arrojan considerables errores a largo plazo.
- *Dinero invertido en el pronóstico*: la realización de una predicción de ventas no siempre es barata. Algunos métodos, principalmente aquellos que se valen de encuestas, demandan la creación de un software o la contratación de consultores, requieren mucho dinero. Sin embargo, es necesario reconocer que la inversión, salvo algunas excepciones, garantiza el éxito de la previsión.
- *Tiempo dedicado a formularlo*: la predicción de ventas es un proceso complejo. No solamente por la elección del método, la recolección de datos y la aplicación del mismo, sino por el análisis de todas las variables que intervienen en la venta y que deben ser considerados. Un pronóstico realizado en tiempo récord no asegura contemplar todos los casos necesarios para mostrar un resultado coherente con la realidad.
- *Volatilidad de la categoría*: el éxito o fracaso de la predicción está muy ligado al comportamiento de la categoría de productos que se ha tomado para realizar el pronóstico. Muchas categorías no poseen un comportamiento estable en el tiempo, lo que ocasiona que sea muy difícil estimar un resultado. Sin embargo, el pronóstico siempre ofrecerá un panorama general de la situación a la cual la empresa se enfrentará.

4.5.2. Razones para utilizar Métodos Cuantitativos

Los métodos cuantitativos para predecir ventas, como los Métodos de Extrapolación de Ventas y Métodos con Base en Modelos, suelen resultar largos, complejos y tediosos. Sin embargo, existen razones para utilizarlos:

- *Simplifican situaciones rutinarias y repetitivas*: los pronósticos cuantitativos modelan el comportamiento de las ventas de las categorías de los productos. Por lo que cuando se vuelve a analizar una categoría similar, con las mismas variables, la operación sea hasta mecánica.
- *Obligan a hacer suposiciones explícitas*: los métodos cuantitativos necesitan contemplar una serie de condiciones iniciales. Esto obliga a que el experto tenga que analizar todos los casos posibles que se darían al cambiar algunas variables. Por lo que hace que la predicción tenga en cuenta todos los escenarios que pueden acontecer, a diferencia de los métodos basados en juicios.

Cuando se usan, conviene dar algunos pasos complementarios (Lehmann y Winer, 2005, p. 219):

1. *Efectuar un análisis de sensibilidad*: el pronóstico puede formularse con gran convicción sólo cuando un resultado parece estable a lo largo del método.
2. *Examinar grandes residuales*: los residuales son los errores individuales del pronóstico en los periodos. A menudo se detectan variables omitidas, cuando se estudian las características de los periodos en el que el pronóstico fue erróneo.
3. *No buscar una precisión exagerada*: para ello se redondea el pronóstico y se ofrece un intervalo de confianza.
4. *Mostrar tolerancia ante los errores*: se espera que los métodos cuantitativos aumenten las probabilidades de hacer un pronóstico acertado, pero no lo garantiza.
5. *Los puntos más importantes pueden pasar inadvertidos si existen cambios significativos*: los métodos cuantitativos (lo mismo que los cualitativos) son eficaces mientras los patrones que ocurrieron en el pasado se extiendan al futuro. Siempre que se producen cambios importantes, la mayoría de los

pronósticos resultan incorrectos. Es decir, los métodos carecen de valor para predecir los cambios que acontecen el mundo.

Los Métodos Cuantitativos de Predicción de Ventas ofrecen una mejor precisión en la estimación. Sin embargo, la utilización de cualquier método da una idea del comportamiento del producto y del mercado.

Los métodos para predecir las ventas de productos que ya están operando dentro del mercado son variados y confiables, ya que el estudio se realiza en función de un comportamiento ya dado en el pasado. Sin embargo, la predicción de los productos totalmente nuevos resulta muy compleja, ya que no se tienen antecedentes para estudiar. El Modelo de Bass aporta un procedimiento ampliamente conocido y estudiado dentro de la Ciencia del *Marketing*.

En el siguiente capítulo, se podrán conocer las características del modelo, sus usos, funcionalidad y formulación, a modo de ampliar el espectro de opciones que se tiene a la hora de predecir las ventas.

Capítulo 5

Modelo Tradicional de Bass

El Modelo Tradicional de Bass o Modelo de Difusión de Bass fue desarrollado por Frank Bass en la Universidad de Purdue, Estados Unidos. Es el primer modelo de previsión de ventas enfocado a productos que todavía no han sido lanzados al mercado, o que en su defecto, tienen una vida aún muy corta dentro del mismo. Fue publicado en la revista *Management Science*, en enero de 1969, bajo el título de “*A New Product Growth for Model Consumer Durables*”.

La publicación del modelo fue el puntapié inicial para el nacimiento de un *Marketing* más objetivo, analítico y sustentado matemáticamente. Por ello, Frank Bass es considerado como uno de los fundadores de la Ciencia del *Marketing*.

Desde entonces, el modelo ha sido utilizado para numerosas investigaciones dentro del área de previsión de ventas de nuevos productos. Muchas mejoras han sido aplicadas al mismo, pero el concepto, los parámetros y la forma de predicción siguen vigentes y constituye el aporte más significativo del modelo.

5.1. Concepto y utilización

El Modelo Tradicional de Bass es continuo, es decir, trabaja con periodos de tiempo muy pequeños, que tienden a ser continuos y se centra en estudiar el proceso de adopción de un producto y mediante esto, predecir las ventas del mismo.

Bass consideraba que las compras iniciales de un producto determina sus ventas futuras, debido a que las mismas influyen el comportamiento de los potenciales consumidores.

El Modelo de Bass predice las ventas de nuevos productos que serán lanzados al mercado. Pueden existir dos casos:

1. Que el producto a ser lanzado sea totalmente nuevo, sin ningún antecedente previo: en este caso se recurren a las estimaciones de los expertos para determinar los parámetros a ser utilizados.
2. Que el producto a ser lanzado tenga un producto similar que ya ha sido lanzado anteriormente: se habla de productos que tienen similitudes tales como la marca, público objetivo, la funcionalidad etc., de los cuales se conocen sus ventas y comportamiento. En base a las ventas del producto ya lanzado, se realiza una serie de procesos para determinar los parámetros a ser tomados en cuenta en la predicción de las ventas del nuevo producto. Cuando los productos tienen la misma funcionalidad, mismo uso, mismo público objetivo, y solamente es una mejora de una versión anterior, hablamos de productos intergeneracionales, los cuales ayudan a encontrar mayores similitudes y son mejores a la hora de utilizarlos como base para la predicción.

A partir de estos casos se tiene que el Modelo Tradicional de Bass funciona para predecir cómo terminará de comportarse un producto que ya ha iniciado sus ventas dentro del mercado, a partir de los primeros datos de ventas del mismo, así como también la predicción resultante puede utilizarse para estimar cómo se comportará un producto similar que será lanzado en el futuro, atendiendo a la premisa de que al ser similares y tener características comunes, el proceso de difusión será también similar.

5.2. Conceptualización de los Parámetros utilizados en el Modelo Tradicional de Bass

5.2.1. Teoría de Adopción y Difusión

La Teoría fue estudiada primeramente por Everett Rogers en su libro “*Diffusion of Innovations*” publicado en 1962, donde trata de explicar cuáles son las características que logran que las nuevas ideas y las nuevas tecnologías sean popularizadas e incluso estandarizadas dentro de un sistema social.

Rogers afirma que la adopción de una innovación tiene una curva con forma de S a lo largo del tiempo y distingue cinco tipos de adoptadores de nuevos productos:

1. *Innovadores*: quienes compran un producto nuevo sin ninguna influencia de la sociedad. Es decir, dichas compras se realizan como producto de la publicidad, las promociones o cualquier acción que realiza la empresa y antes de que el producto alcance su total difusión. Tienen una alta educación y recursos financieros suficientes para tomar los riesgos que son necesarios para efectuar la compra.
2. *Primeros adoptadores*: son los llamados líderes de opinión. Tienen un estatus social alto, recursos financieros y educación suficiente. No realizan la adopción tan tempranamente como los innovadores, ya que desean mantener su estatus y no quieren cometer errores.
3. *Mayoría temprana*: adoptan la innovación un tiempo después de que los innovadores y primeros adoptadores lo hayan hecho. No son líderes de opinión y tienen una educación y recursos financieros medios.
4. *Mayoría tardía*: se muestran incrédulos ante la innovación y la adoptan después de que la mayoría de la sociedad lo haya hecho. No tienen un buen estatus social ni una situación financiera estable. Pero la adopción se da como consecuencia de que están en contacto con Primeros Adoptadores y Mayoría Temprana.
5. *Rezagados*: son los últimos dentro del sistema social en adoptar una innovación. No tienen una vida social muy desarrollada. Tampoco poseen muchos

recursos financieros. Huyen de los agentes de cambio. Son muy tradicionalistas.

En términos matemáticos, la diferencia entre los primeros Innovadores y los últimos Imitadores es el tiempo que distancia el conjunto de compras del primer grupo del conjunto de compras del segundo grupo.

5.2.2. Parámetros

A partir de la Teoría de Adopción y Difusión desarrollada por Rogers, los parámetros para el Modelo Tradicional de Bass fueron creados:

- p : parámetro de innovación. Es llamado así porque determina el número de adopciones del producto que no dependen de las adopciones previas. En caso de que el producto tenga un producto similar dentro del mercado, el valor de dicho parámetro para la predicción se obtiene a partir de los datos de ventas de dicho producto.
- q : parámetro de imitación. Determina el número de adopciones del producto que se dan como consecuencia de las adopciones previas. De la misma manera que el parámetro q , se puede obtener a partir de los datos de ventas de un producto similar lanzado con antelación.
- m : potencial de mercado: es el número de individuos que pueden adoptar el producto durante todo el proceso de difusión. Este parámetro se obtiene con la ayuda de un experto en las ventas de la rama del producto. El potencial de mercado es el parámetro que marca la diferencia en la predicción de dos productos similares, ya que por el concepto descrito anteriormente, dichos productos tendrán un comportamiento similar, es decir, una curva similar, pero la diferencia en la cantidad de ventas por mes viene dada por la cantidad de personas que componen el mercado del nuevo producto (m). Así es como el experto cobra un gran protagonismo al estimar a partir de su experiencia o investigaciones de mercado hechas previamente, a cuánto asciende el valor de m .

5.3. Formulación del Modelo de Bass

A continuación se realiza la formulación del Modelo de Bass (Bass,1969). Para ello se denota como $g(x)$ a la función g cuando el tiempo x es continuo.

La siguiente premisa sirve como base del Modelo:

“La Probabilidad de que se realice una compra en el tiempo t , dado que todavía no se registraron compras previas del producto, viene dada por la función lineal del número de compradores previos”

Es decir:

$$P(t) = p + \left(\frac{q}{m}\right) N(t), \quad (5.1)$$

donde p, q, m son los parámetros de innovación, imitación y potencial de mercado respectivamente y $N(t)$ es el número acumulado de adoptadores en el tiempo t .

5.3.1. Hipótesis asumidas para la formulación

Según Frank Bass, se requiere asumir ciertas hipótesis para la formulación del Modelo, ya que hacen posible la consistencia del mismo:

1. Durante el ciclo de vida del producto, se tendrán m ventas iniciales del mismo. Hay que tener en cuenta que como no se trabaja con productos de compra frecuente o masiva, el número de productos vendidos es igual a m , ya que no se consideran las ventas de reemplazo dentro del periodo de predicción. Generalmente estos productos tienen vida larga y el reemplazo no se da dentro de un intervalo de tiempo pequeño.

Bass sostiene que dado que todavía no se ha realizado una venta, la probabilidad de que se realice una venta en el tiempo t viene dada por:

$$\frac{f(t)}{1 - F(t)} = P(t) = p + \frac{q}{m} N(t) = p + qF(t), \quad (5.2)$$

donde $f(t)$ es la función de probabilidad de venta en el tiempo t , por lo que:

$$F(t) = \int_0^t f(t) \cdot dt \quad (5.3)$$

y $F(0) = 0$.

2. Teniendo en cuenta que $f(t)$ indica la función de probabilidad de venta en el tiempo t y m es el número total de ventas durante el periodo estudiado, se tiene que:

$$N(t) = m \int_0^t f(t) \cdot dt = mF(t), \quad (5.4)$$

representa el número total de ventas en el intervalo $(0, t)$.

Se puede obtener $S(t)$, que representa las ventas en el tiempo t :

$$S(t) = mf(t) = P(t) [m - N(t)] = \left[p + q \int_0^t S(t) \cdot \frac{dt}{m} \right], \quad (5.5)$$

y desarrollando el producto queda:

$$S(t) = pm + (q - p)N(t) - \frac{q}{m}[N(t)]^2. \quad (5.6)$$

El autor del modelo explica las razones de este comportamiento del proceso de difusión de nuevos productos de la siguiente manera:

- Las primeras compras son realizadas tanto por innovadores como imitadores. La diferencia entre ambos está reflejada en la influencia que reciben los imitadores de las compras realizadas por los innovadores. Los innovadores crean tendencias, los imitadores aprenden.
- Los innovadores son muy importantes en la primera parte del proceso de difusión, pero con el paso del tiempo, su importancia se va reduciendo de manera monótona.
- Como

$$f(t) = [p + qF(t)][1 - F(t)] = p + (q - p)F(t) - q[F(t)]^2, \quad (5.7)$$

para encontrar el valor de $F(t)$, se debe resolver la siguiente ecuación diferencial no lineal:

$$dt = \frac{dF(t)}{[p + (q - p)F(t) - qF(t)^2]}. \quad (5.8)$$

La solución hallada por Bass para dicha ecuación es:

$$F(t) = \frac{(q - pe^{-(t+c)(p+q)})}{q(1 + e^{-(t+c)(p+q)})}. \quad (5.9)$$

Desde $F(0) = 0$, la constante de integración T se puede representar por:

$$-T = \frac{1}{(p+q)} \ln \left(\frac{q}{p} \right), \quad (5.10)$$

y se concluye que

$$F(t) = \frac{1 - e^{-t(p+q)}}{\frac{q}{p}e^{-(p+q)t} + 1}. \quad (5.11)$$

Con lo cual concluye la formulación del Modelo Tradicional de Bass.

5.4. Estimación de los parámetros del Modelo de Bass

Existen varios métodos para estimar los parámetros del Modelo de Bass. Los métodos pueden ser clasificados según dos criterios (Lilien, Rangaswamy y De Bruyn, 2007):

1. *Estimaciones a partir de métodos de juicio de expertos*: quienes utilizan en primer lugar, productos similares que ya tienen presencia en el mercado y en segundo lugar, encuestas a clientes potenciales, para intentar predecir las intenciones de compra de los mismos, lo cual se traduce en predecir el posible comportamiento de la curva de ventas del producto.
2. *Estimaciones a partir del uso de datos históricos*: se necesitan al menos cuatro observaciones de las ventas acumuladas para realizar la estimación. Una de las ventajas más importantes es que no es necesario conocer el momento exacto del lanzamiento del producto dentro del mercado, sino solamente las ventas acumuladas del producto en los periodos que serán considerados dentro de la estimación.

A continuación se muestra el procedimiento más utilizado:

- Procedimiento de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)

Bass propone la siguiente ecuación:

$$N(t_i) - N(t_{i-1}) = pm + (q - p)N(t_{i-1}) - \frac{q}{m}N^2(t_{i-1}), \quad (5.12)$$

lo que resulta en

$$X_i = \alpha_1 + \alpha_2 N(t_{i-1}) + \alpha_3 N^2(t_{i-1}), \quad (5.13)$$

donde $\alpha_1 = pm$; $\alpha_2 = q - p$; $\alpha_3 = -q/m$ y $X_i = N(t_i) - N(t_{i-1})$.

Haciendo regresión lineal a los coeficientes α_1 , α_2 y α_3 , se pueden estimar los nuevos parámetros p_e , q_e y m_e (parámetros estimados). Cabe destacar que $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 < 0$ porque p , q y m son positivos.

$$p_e = \frac{-\alpha_2 + \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3}}{2}, \quad (5.14)$$

$$q_e = \frac{\alpha_2 + \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3}}{2}, \quad (5.15)$$

$$m_e = \frac{-\alpha_2 - \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3}}{2\alpha_3}. \quad (5.16)$$

Cabe aclarar que los parámetros p_e , q_e y m_e que se obtienen mediante estos métodos, son los parámetros del producto que se analiza. Los mismos podrán ser utilizados para predecir el comportamiento final del mismo producto o para predecir el comportamiento de un producto nuevo, en cuyo caso la m_e deberá ser estimada por el experto.

5.5. Curva generada por el Modelo Tradicional de Bass

Para la generación del gráfico se utilizaron datos tomados del trabajo “*Modeling Seasonality in new product diffusion*”, con el objetivo de realizar comparaciones entre las curvas obtenidas en los siguientes capítulos. Dichos parámetros fueron calculados para el proceso de difusión de la televisión con pantalla plasma en Reino Unido, en el periodo correspondiente a los años 2004-2008.

Los parámetros utilizados son: $p = 0,00002$, $q = 0,075$, $m = 200$. A continuación se muestra el gráfico que genera la predicción de ventas de los televisores:

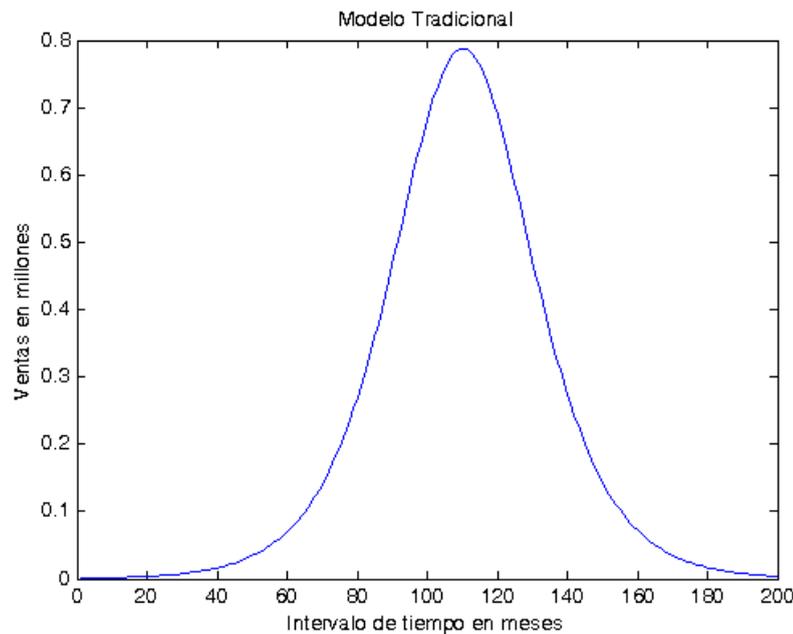


FIGURA 5.1: Curva generada por el Modelo Tradicional de Bass

5.6. Alcance del Modelo Tradicional de Bass

El Modelo Tradicional de Bass ha demostrado una buena predicción dentro de la industria de productos durables, es decir, aquellos productos cuya recompra se realiza luego de mucho tiempo.

Además de predecir las ventas punto a punto, el Modelo de Bass logra obtener el momento en el que se dará el pico máximo de ventas.

Como el Modelo de Bass es continuo, se propone en el mismo trabajo, un Modelo Análogo Discreto, que permite el cálculo de los parámetros p , q y m para realizar la predicción, a través de Regresión Lineal.

El Modelo de Bass ha sido testeado en numerosas ocasiones, alcanzando predicciones tan exitosas, como la caída de ventas de televisores en la década de 1960, cuando los expertos de las marcas fabricantes más famosas habían fallado tras aplicar una extrapolación lineal.

Aunque es el primer modelo de predicción de ventas de nuevos productos y sin duda, ha marcado un hito en la historia de la Ciencia del *Marketing*, muchos trabajos han sido desarrollados y publicados para incorporar mejoras al modelo, como el que se presentará en el siguiente capítulo.

Capítulo 6

Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh

Un Modelo Discreto de Bass es expresado como una ecuación diferencial con una sola solución. Dicho modelo conserva las características del Modelo Tradicional de Bass, ya que utiliza los mismos parámetros definidos en el capítulo anterior: p , q y m .

Este Modelo fue publicado en el año 2000, en el *Journal of the Operation Research, Society of Japan* con el título de “*A Discrete Bass Model and its Parameter Estimation*”, aportando de esta manera un elemento más de estudio dentro del marco de investigación de la predicción de ventas de nuevos productos.

6.1. Razones para discretizar el Modelo Tradicional de Bass

El Modelo Tradicional de Bass ha sido foco de la atención de expertos e investigadores en Economía, Administración y la Ciencia del *Marketing*. Aunque el Modelo ha demostrado éxito en muchos casos en la predicción del proceso de difusión de una innovación, se reportaron casos donde el resultado ha sido pobre. A continuación se detallan algunos problemas que presenta la predicción en con el Modelo Tradicional de Bass.

1. *Estimación de parámetros:*

Según I. Bernhardt y K.M. MacKenzie, la baja calidad de la predicción en algunos casos se deben a las elecciones de la situación, la población, la innovación y el periodo de tiempo utilizados para la predicción, basadas en el juicio del experto.

V. Mahajan y Y. Wind creen que una de las posibles razones por las cual el Modelo Tradicional de Bass no logra una buena predicción es por el procedimiento utilizado en la estimación de los parámetros.

Una vez detectado que la utilización de parámetros imprecisos afecta la predicción, una evaluación de los procedimientos utilizados para la estimación (Mahajan, Mason y Srinivasan,1990), dice lo siguiente:

- Se compararon cuatro procedimientos de estimación de parámetros: mínimos cuadrados ordinarios (OLS), estimación de la máxima probabilidad (MLE), mínimos cuadrados no lineales (NLS) y estimaciones algebraicas (AE).
- Se concluyó que el procedimiento NLS es el que provee mejores predicciones y mayor validez en la estimación de los errores estándar en la estimación de parámetros del Modelo de Bass, comparado con los otros tres procedimientos.
- A pesar de los beneficios del procedimiento NLS, la elaboración del proceso de estimación es trabajosa.

D. Schmittlein y V. Mahajan sostienen que existen tres problemas con la Estimación de Parámetros en el Modelo Tradicional de Bass con el Procedimiento de Mínimos Cuadrados Ordinarios:

a) Desde la ecuación (5.13)presentada en el Capítulo 5:

$$X_i = \alpha_1 + \alpha_2 N(t_{i-1}) + \alpha_3 N^2(t_{i-1}),$$

se tiene que si existen pocos datos para realizar la Regresión, es muy probable que exista multicolinealidad entre $N(t_{i-1})$ y $N^2(t_{i-1})$, ya que prácticamente no existiría diferencia entre las mismas, debido a la escasez de datos. Esto podría ocasionar que se obtengan los parámetros con signos equivocados.

- b) No está contemplado un error estándar dentro de la estimación. Sin embargo, p , q y m son funciones no lineales de $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ y el término del error podría comprender todos los posibles errores que se podrían dar en el Procedimiento de estimación.
- c) Considerando la ecuación (5.12)

$$N(t_i) - N(t_{i-1}) = pm + (q - p)N(t_{i-1}) - \frac{q}{m}N^2(t_{i-1}),$$

se puede apreciar que en el lado derecho de la ecuación, se sobreestima la derivada de $N(t)$ en el tiempo t_{i-1} para los intervalos de tiempo que están después del punto de inflexión. Antes de dicho punto, se subestima la derivada. En términos simples, el sesgo en el intervalo de tiempo se presenta en el Procedimiento OLS porque datos de tiempos discretos son usados para estimar un modelo de tiempo continuo.

2. *Un modelo continuo para datos discretos*

La simulación de una situación con un Modelo Continuo es adecuada para aquellos eventos en los cuales las variables cambian continuamente, por ejemplo, en segundos o milésimas de segundos.

Por otro lado, la simulación de una situación con un Modelo Discreto es adecuada para aquellos eventos en los cuales las variables cambian en periodos discretos de tiempo, por ejemplo meses o años.

El Modelo Tradicional de Bass es un Modelo Continuo mientras que los datos que se obtienen generalmente dentro de las empresas son discretos.

“Por ello, si se tuviera un modelo discreto que conserve las propiedades del modelo continuo, la estimación de los parámetros sería más simple y más precisa”. (Sato, 2001, p. 4), ya que se tendría un modelo discreto para datos discretos.

6.2. Formulación del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh

Satoh utiliza el Modelo Continuo en términos de $N(t)$:

$$N'(t) = \left[p + \frac{q}{m}N(t) \right] [m - N(t)], \quad (6.1)$$

donde $N(t)$ es el número acumulado de adoptadores en el tiempo t y $N'(t)$ es el cociente incremental.

Si $N(t = t_0 = 0) = 0$, con una integración de la ecuación (6.1), se tiene el valor de $N(t)$:

$$N(t) = m \left(\frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p}e^{-(p+q)t}} \right). \quad (6.2)$$

A partir de $N(t)$ construyó un Modelo Discreto de Bass, utilizando la Ecuación Discreta de Ricatti. El mismo se representa por medio de una ecuación diferencial, que arroja una sola solución.

Primeramente, una Ecuación de Ricatti se define como:

$$\frac{du}{dt} = a(t) + 2b(t)u + c(t)u^2, \quad (6.3)$$

donde $a(t)$, $b(t)$ y $c(t)$ son funciones en t . En su artículo, D. Satoh considera que a , b y c son constantes.

Si se desarrolla el Modelo Tradicional de Bass, formulado en función al número acumulado de adoptadores, presentado en (6.1):

$$N'(t) = \left[p + \frac{q}{m}N(t) \right] [m - N(t)],$$

se obtiene:

$$N'(t) = pm + (q - p)N(t) - \frac{q}{m}N(t)^2. \quad (6.4)$$

De allí, se tiene que:

$$a = mp, \quad (6.5)$$

$$b = \frac{q - p}{2}, \quad (6.6)$$

$$c = -\frac{q}{m}. \quad (6.7)$$

R. Hirota obtuvo una sola solución de una Ecuación Discreta de Ricatti (Hirota, 1979) descrita como:

$$\frac{u(t + \beta) - u(t - \beta)}{2\beta} = a + b(u(t + \beta) + u(t - \beta)) + cu(t + \beta)u(t - \beta), \quad (6.8)$$

donde β es la unidad de tiempo discreto.

La solución exacta a la ecuación (6.8) encontrada por Hirota es:

$$u(t) = \frac{C_+ + C_- \exp(\omega(t - t_0))}{\exp(1 + \omega(t - t_0))}, \quad (6.9)$$

donde

$$C_{\pm} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{c}, \quad (6.10)$$

$$\tanh(\beta\omega) = 2\beta\sqrt{b^2 - ac}. \quad (6.11)$$

Utilizando la Ecuación Discreta de Ricatti, se puede obtener el Modelo Discreto de Bass. Cabe destacar que se denota como g_x a la función g cuando el tiempo x es discreto.

Primeramente, se tiene que:

$$u(t + \beta) = N_{n+1}, \quad (6.12)$$

$$u(t - \beta) = N_{n-1}. \quad (6.13)$$

Reemplazando en (6.8), se tiene:

$$\frac{N_{n+1} - N_{n-1}}{2\beta} = pm + \frac{q-p}{2}(N_{n+1} + N_{n-1}) - \frac{q}{m}(N_{n+1} + N_{n-1}), \quad (6.14)$$

que puede ser expresado como:

$$\frac{N_{n+1} - N_{n-1}}{2\beta} = pm + (N_{n+1} + N_{n-1}) \left(\frac{q}{2} - \frac{p}{2} \right) - \frac{q}{m}(N_{n+1} + N_{n-1}). \quad (6.15)$$

Desarrollando el producto del segundo término del miembro de la derecha, se obtiene:

$$\frac{N_{n+1} - N_{n-1}}{2\beta} = pm + \left(N_{n+1} \frac{q}{2} - N_{n+1} \frac{p}{2} + N_{n-1} \frac{q}{2} - N_{n-1} \frac{p}{2} \right) - \frac{q}{m}(N_{n+1} + N_{n-1}), \quad (6.16)$$

y trabajando siempre con el mismo término y sacando factor común $-p/2$ y $q/2$, respectivamente:

$$\frac{N_{n+1} - N_{n-1}}{2\beta} = pm - \frac{p}{2}(N_{n+1} + N_{n-1}) + \frac{q}{2}(N_{n+1} + N_{n-1}) - \frac{q}{m}(N_{n+1} + N_{n-1}), \quad (6.17)$$

lo cual es igual a:

$$\frac{N_{n+1} - N_{n-1}}{2\beta} = p \left(m - \frac{N_{n+1} + N_{n-1}}{2} \right) + \frac{q}{m} \left(\frac{m}{2}(N_{n+1} + N_{n-1}) - (N_{n+1} + N_{n-1}) \right). \quad (6.18)$$

La ecuación anterior es el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh y la solución hallada por el mismo es:

$$N_n = m \left(\frac{1 - \left(\frac{1-\beta(q+p)}{1+\beta(q+p)} \right)^{\frac{n}{2}}}{1 + \frac{q}{p} \left(\frac{1-\beta(q+p)}{1+\beta(q+p)} \right)^{\frac{n}{2}}} \right), \quad (6.19)$$

donde $n = \frac{t}{\beta}$.

Con lo cual finaliza la formulación.

6.3. Estimación de Parámetros del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh

El artículo propone dos Procedimientos de Regresión Lineal para estimar los parámetros. El primero de ellos parte de la siguiente ecuación:

$$Q_n = 2(a + b(N_{n+1} + N_{n-1}) + c(N_{n+1} - N_{n-1})) + \epsilon_n, \quad (6.20)$$

donde $Q_n = N_{n+1} - N_{n-1}$; $a = mp$; $b = (q - p)/2$; $c = -q/m$ y ϵ_n representa el error.

Haciendo regresión a los coeficientes a , b y c , se obtienen los nuevos parámetros p_e , q_e y m_e . Hay que notar que $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$ porque p , q y m son positivos.

$$p_e = -b + \sqrt{b^2 - ac}, \quad (6.21)$$

$$q_e = b + \sqrt{b^2 - ac}, \quad (6.22)$$

$$m_e = \frac{-b - \sqrt{b^2 - ac}}{c}. \quad (6.23)$$

El segundo Procedimiento de Regresión Lineal proviene de la siguiente ecuación

$$M_n = A + B(N_{n-1}) + C(N_{n+1} + N_{n-1}) + \epsilon_n, \quad (6.24)$$

donde $M_n = N_{n+1}N_{n-1}$; $A = (m^2p)/q$; $B = [m(q - p)]/q$; $C = -m[(q - p - 1)]/2q$ y ϵ_n : *error*.

Aplicando regresión a los coeficientes A , B y C , se estiman los nuevos parámetros p_e , q_e y m_e . Es fácil notar que $A > 0$, $B > 0$, $C < 0$ porque p , q y m son positivos.

$$p_e = \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4A}}{2B - C}, \quad (6.25)$$

$$q_e = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4A}}{2B - C}, \quad (6.26)$$

$$m_e = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4A}}{2}. \quad (6.27)$$

Así como para el Modelo Tradicional de Bass, estos procedimientos generan los parámetros p_e , q_e y m_e para realizar la predicción con el Modelo Discreto, para el producto base que es utilizado. Si se desea predecir el comportamiento de un producto similar, se deben utilizar los mismos parámetros p y q obtenidos con alguno de los procedimientos descritos y una m_e distinta propuesta por un experto.

6.4. Curva generada por el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh

La figura 6.1 muestra el comportamiento de N_n , es decir las ventas acumuladas para cada periodo n . Para la generación del gráfico se utilizaron datos tomados del trabajo “*Modeling Seasonality in new product diffusion*”, con el objetivo de realizar comparaciones entre las curvas obtenidas en los siguientes capítulos. Los parámetros fueron calculados para el proceso de difusión de la televisión con pantalla plasma en Reino Unido, en el periodo correspondiente a los años 2004-2008.

Los resultados son: $p = 0,00002$, $q = 0,075$, $m = 200$ y $\beta = 1$

En la figura 6.2 se puede apreciar la curva de la predicción generada por la aplicación del Modelo, mostrando las ventas para cada periodo n .

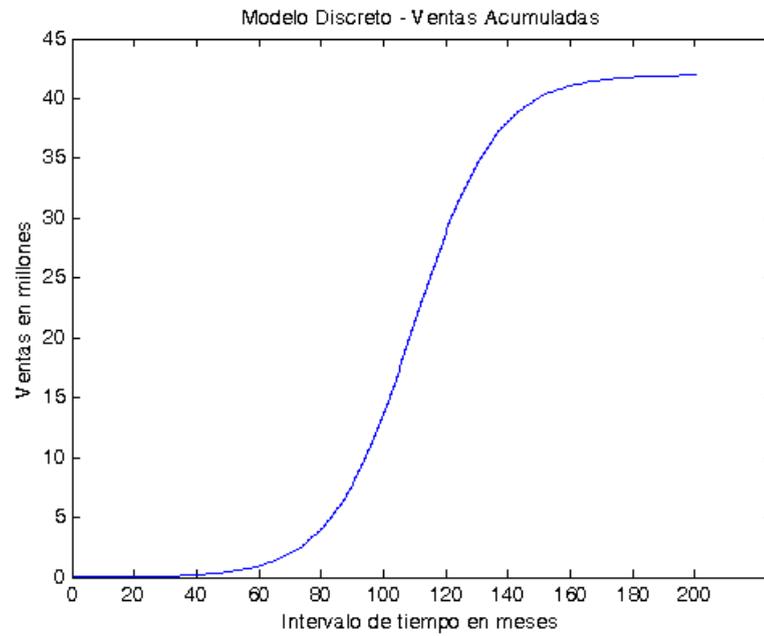


FIGURA 6.1: Curva del número acumulado de adoptadores, generada por el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh

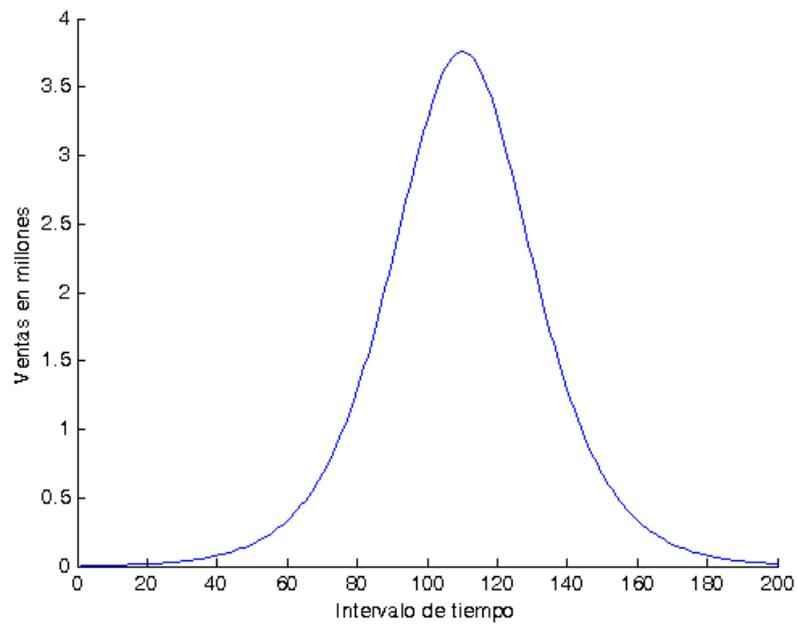


FIGURA 6.2: Curva generada por el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh

6.5. Mejoras obtenidas a través de la Discretización del Modelo de Bass

Según D. Satoh, el proceso de Discretización provee a la predicción realizada con el Modelo de Bass una mayor precisión debido a los siguientes motivos:

1. El Modelo Discreto de Bass permite analizar el proceso de difusión de un producto cuando se tienen datos en intervalos de tiempo discreto.
2. Cuando se utiliza la solución obtenida en el Modelo Discreto de Bass como dato de entrada para realizar la regresión, los Procedimientos de Estimación de Parámetros siempre reproducen los valores de los mismos de manera muy precisa y no depende de la cantidad de datos que con los que se dispone.
3. La estimación de parámetros en el Modelo Discreto de Bass tiene ciertas ventajas sobre los procedimientos utilizados en el Modelo Tradicional de Bass. El Procedimiento OLS en el Modelo Discreto, supera los tres errores mencionados anteriormente: multicolinealidad de las variables, error estándar y sesgo en el intervalo de tiempo.

De esta manera se puede apreciar que el mayor aporte de D. Satoh al enriquecimiento del Modelo de Bass es la mejora de la estimación de los parámetros p , q y m , obteniendo de esta manera unas variables calculadas con mayor precisión para utilizarlas en la predicción del proceso de difusión del producto nuevo a ser lanzado o que está siendo introducido dentro del mercado.

Capítulo 7

Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad

Un Modelo para la predicción de la difusión de nuevos productos, basado en el Modelo de Bass fue propuesto por Yuri Peers, Dennis Fok y Philip Hans Franses, en el *Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam* en el año 2010, en el trabajo titulado “*Modeling Seasonality in new product diffusion*”.

La característica diferencial de la nueva ecuación predictora es la incorporación de estacionalidad dentro de la formulación. El trabajo fue resultado del proceso de mejora constante del Modelo Tradicional de Bass, para brindar a los analistas y empresarios una predicción de ventas más precisa y eficiente.

7.1. Concepto de estacionalidad

La estacionalidad según Lehmann y Winer (2005) puede ser definida como los ciclos de ventas durante el año. Es decir son aquellos periodos en los cuales las ventas se acumulan en un punto, en función a fechas o periodos de tiempo especiales, generando de esta manera picos y valles de venta a lo largo del ciclo de vida del producto.

La mayoría de las industrias, en todos los países presentan estacionalidad. Este fenómeno dicta la estrategia de *marketing* en diferentes aspectos: producción, distribución, publicidad, promociones.

No todos los patrones de estacionalidad puede ser conocidos y predichos, pero los siguientes son algunos de los más usuales, según Sonja Radas y Steven M. Shugan:

- *Vacaciones y feriados*: crean una extrema estacionalidad en las ventas. Muchas empresas, en distintas industrias tienen sus picos de venta en épocas navideñas, por ejemplo.
- *Tradiciones, deportes y festividades*: campeonatos de deportes, fiestas tradicionales, conmemoraciones patrias, etc., crean una gran estacionalidad.
- *Estaciones climáticas*: es una causa de estacionalidad también. Algunas industrias afectadas por la estacionalidad del clima son: agricultura, agencias de viajes, productos químicos, industria textil, entre otros.

La estacionalidad es inevitable y muy notoria en algunos productos. A pesar de esto, existen pocos estudios en la Ciencia del *Marketing* referentes a este tema. Muchas decisiones dependen de los periodos estacionales de una industria, sobre todo cuando se considera el proceso de difusión de nuevos productos.

7.2. ¿Por qué considerar estacionalidad en un Modelo de Predicción de Ventas de Nuevos Productos?

Existen algunas características del nuevo producto, así como del proceso de difusión y del ambiente externo a la empresa, que influyen y determinan en algunos casos el comportamiento de la demanda de un producto.

Una de las influencias más fuertes que sufre una empresa a la hora de vender sus productos, es la estacionalidad de los mismos, pues los picos de ventas alteran las actividades de las empresas en esos momentos y afectan las cantidades de la demanda en el resto del periodo fiscal de ventas.

La estacionalidad es un fenómeno presente con mayor fuerza en aquellos productos característicos de una temporada: árboles de Navidad, huevos de pascua, así como en productos tecnológicos. Por ello, es sumamente importante considerar la estacionalidad a la hora de predecir las ventas de un producto nuevo, especialmente en

los productos tecnológicos, ya que no son bienes de compra usual y casi obligatoria (como lo son los árboles de Navidad y los huevos de pascua).

Omitir la estacionalidad en un Procedimiento para predecir ventas, ya sea basado en el juicio de un experto o en un Modelo Matemático, depara un resultado con un sesgo que promete ventas estables durante todo el periodo tomado, dejando desprevenida a la empresa durante las fluctuaciones de la demanda, que afectan toda la cadena de valor.

Las razones por las cuales es imprescindible considerar la estacionalidad en aquellos productos que muestran una tendencia estacional en sus ventas según Peers, Fok y Franses (2010) son:

1. Como ya se mencionó anteriormente, el Modelo Tradicional de Bass es formulado en un contexto de tiempo continuo y asume un desarrollo de las ventas sin sobresaltos. Esta suposición no tiene mayores repercusiones si se utilizan datos anuales. Pero si se consiguen datos recolectados con mayor frecuencia, cada periodo puede mostrar una fuerte estacionalidad, que es sistemática en la mayoría de los casos (por ejemplo se venden útiles escolares al inicio del año escolar y a la vuelta de vacaciones de invierno) y que queda ignorada en la formulación del Modelo Tradicional.
2. “El uso de datos cuatrimestrales o mensuales mejoran significativamente la estimación del proceso de difusión, comparado con el uso de datos anuales” (van den Bulte y Lilien, 1997). Si la utilización de datos correspondientes a periodos de tiempo más cortos son mejores, se deberían utilizarlos, considerando siempre la estacionalidad, por lo mencionado en el item anterior.
3. Desde un punto de vista empresarial, considerar la estacionalidad puede dar importantes informaciones para los gerentes, sobre todo a la hora de realizar planes a corto plazo. Los autores del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad afirman que omitir los efectos estacionales, lo cual es muy común en finanzas y microeconomía, no es una solución preferible en el caso de modelos de difusión para nuevos productos en el *marketing*.

Es importante reconocer que la estacionalidad debe ser considerada a la hora de predecir ventas. Pero es importante tener claro que la incorporación de estacionalidad a un Modelo de Predicción no debe aumentar ni disminuir propiamente la

cantidad predicha, sino que debe distribuir de forma realista y adaptada al ambiente externo la demanda que el procedimiento escogido para la predicción revele, de manera a optimizar los esfuerzos de las empresas en cada periodo del proceso de lanzamiento y permanencia de su producto dentro del mercado.

7.3. Formulación del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad

7.3.1. Ecuación base

El Modelo de Bass con Estacionalidad, preserva los mismos parámetros p , q y m para su formulación.

Los autores del Modelo afirman que el Modelo Tradicional de Bass no considera la heterocedasticidad. Sin embargo, los picos de ventas son los periodos de mayor probabilidad de fluctuaciones, lo que da paso a las variaciones entre las distintas observaciones y por lo tanto, a la heterocedasticidad.

Por ello, parten de la combinación entre la heterocedasticidad y la formulación del Modelo Bass hecha por Srinivasan y Mason (1986):

Las ventas $S(t)$ en el tiempo i -ésimo en el intervalo (t_{i-1}, t_i) están dada por:

$$S(t) = m(F(t_i) - F(t_{i-1})) + \varepsilon(i). \quad (7.1)$$

La inclusión del error puede ser considerado como representante de los efectos de error de muestreo, así como de variables excluidas en el Modelo.

La construcción del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad, parte de la siguiente ecuación:

$$S(t) = m(F(t) - F(t - 1)) + f(t)\varepsilon(t), \quad (7.2)$$

donde $\varepsilon(t)$ representa el error con media 0 y desviación σ^2 (σ : varianza) y $S(t)$ representa las ventas del nuevo producto en el mes t .

Cabe destacar que en la formulación del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad, se toma una unidad de tiempo mensual, debido a que es la más utilizada dentro del área. Sin embargo, el modelo puede ser utilizado para cualquier intervalo de tiempo.

Las soluciones vienen dadas por (5.11)

$$F(t) = \frac{1 - e^{-t(p+q)}}{\frac{q}{p}e^{-(p+q)t} + 1},$$

y su respectiva derivada:

$$f(t) = \frac{\frac{(p+q)^2}{p} [1 - e^{-(p+q)t}]}{\left(1 + \frac{q}{p}e^{-(p+q)t}\right)^2}. \quad (7.3)$$

Las ecuaciones (7.1) y la ecuación (7.2) difieren en el término del error. Los autores proponen representarlo con $f(t)\varepsilon(t)$, ya que la medida del error está dada por la función de probabilidad de adoptadores actuales $f(t)$.

Con esto, ya se tiene definida la función base del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad.

7.3.2. Adición de Estacionalidad

Para la consideración de estacionalidad dentro del Modelo, es importante notar que se necesita incrementar o disminuir las ventas en los meses estacionales.

La formulación propuesta por los autores es la siguiente:

$$S(t) = m \left[F(t) - F(t-1) + \sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kt}^{0M} f(t) + D_{2kt}^{0M} \sum_{h \in H_k} f(t+h) \right) \right] + f(t)\varepsilon(t), \quad (7.4)$$

con:

$$D_{1kt}^{0M} = \begin{cases} -\frac{1}{12} & \text{si el periodo } k \text{ influencia al periodo } t \\ 0 & \text{si no influencia.} \end{cases}$$

$$D_{2kt}^{0M} = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{si el tiempo } t \text{ es igual al periodo estacional } k \\ 0 & \text{si no es igual,} \end{cases}$$

donde:

- K : es el conjunto de meses que definen el periodo estacional del proceso de difusión. En este caso, k corresponde a cada mes individual dentro del periodo estacional. En la formulación de los autores se toman datos mensuales, por lo que el conjunto K es el conjunto de los doce meses del año y k cada uno de los meses.
- δ_k : factor de estacionalidad (positivo, negativo o cero) del mes k . Dicho factor es positivo si se tiene un pico de ventas en el mes k , es negativo si se presenta una baja en las ventas y es cero si no existe fenómeno estacional durante el mes.
- H_k : conjunto de meses que son influenciados por el mes k .
- h : elemento del conjunto H_k , es decir un mes que es influenciado por el periodo estacional.
- $f(t)\varepsilon(t)$: error de predicción, con media cero y desviación σ^2 .

A continuación se enumeran las consideraciones tomadas para la Formulación del Modelo:

1. La característica más importante de la forma de enunciar el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad, parte de prestar especial atención al parámetro m , es decir el potencial del mercado. La adición de estacionalidad no significa adicionar más ventas, como ya se mencionó anteriormente, ya que si solamente “se agregaran” los picos de ventas, el parámetro m se alteraría y se tendrá una predicción sesgada.

La única manera de lograr que no exista ninguna alteración es logrando que la representación de la adición de la estacionalidad tenga media 0. Así, se puede entender que la consideración de estacionalidad implica distribuir los picos y valles de ventas dentro de la predicción establecida ya por el Modelo Tradicional de Bass o por el Modelo Tradicional de Bass con Heterocedasticidad. Es decir, la altura de la curva no cambia, pero sí la distribución de la misma.

2. El procedimiento utilizado por los autores para considerar estacionalidad consiste en la idea básica de que si existe un pico de venta en un determinado mes, el fenómeno afectará las ventas del resto de los meses considerados. Por ejemplo, el hecho de que exista un pico de ventas de teléfonos celulares en épocas navideñas, implica que durante los meses anteriores o siguientes se hayan tenido o se tendrá un descenso en las ventas.

Los autores del Modelo tratan de representar estos picos y valles de venta por medio de las siguientes expresiones de la ecuación (7.4):

$$\sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kn}^{0M} f(t) + D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} f(t+h) \right),$$

$$\text{donde: } D_{1kt}^{0M} = \begin{cases} -\frac{1}{12} & \text{si el periodo } k \text{ influencia al tiempo } t \\ 0 & \text{si no influencia.} \end{cases}$$

Esta primera expresión representa la influencia del periodo estacional sobre el mes de observación t . Es decir, si un proceso de difusión presenta estacionalidad, se debe cuestionar si el fenómeno llega a afectar la actividad en materia de ventas del mes que se analizará. De esta manera, si la respuesta es afirmativa, la expresión equivalente de D_{1kt}^{0M} es $-1/12$ y si la respuesta es negativa, equivale a 0. Cabe destacar que la expresión es negativa, porque el hecho de que el periodo estacional afecte a la $S(t)$ observada, significa que hubo un pico de ventas en algún tiempo vecino a t y que las ventas en el tiempo de estudio disminuyeron a causa de dicho pico. Luego la respuesta obtenida es multiplicada por $f(t)$, es decir, las ventas en el punto t , para efectuar la disminución correspondiente al valle de ventas detectado.

$$D_{2kn}^{0M} = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{si el tiempo } t \text{ es igual al periodo estacional } k \\ 0 & \text{si no es igual.} \end{cases}$$

La segunda expresión corresponde a la idea de que las ventas en el tiempo t puede afectar el proceso de los meses vecinos. Esto ocurre si y sólo si el tiempo t pertenece al conjunto K . Es decir, si $t = k$, con lo que se tiene que el tiempo para el cual se quiere realizar la predicción, es un tiempo correspondiente al periodo estacional, en este caso, un mes estacional. El conjunto H_k representa entonces a todos los meses que son influenciados por $S(t)$. Así, si el tiempo de observación es estacional, entonces $D_{2kn}^{0M} = 1/12$ y si no lo es, es igual a 0. Este resultado se multiplica por la sumatoria de la

expresión $f(t+h)$ que es la cantidad de ventas que toma el tiempo estacional t de un elemento h del conjunto H_k . La sumatoria se realiza para sumar el efecto estacional para todas las h del conjunto H_k .

Las expresiones $1/12$ y $-1/12$ son utilizadas a raíz de que el conjunto que define el patrón estacional (K), tiene 12 elementos en el caso mensual.

3. Luego de hallar los valores de las funciones D_{1kt}^{0M} y $D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} f(t+h)$, se suman ambos valores para obtener el valor de lo que las ventas en el tiempo t obtuvieron como consecuencia de la estacionalidad del periodo, es decir, para obtener la distribución de las ventas en el tiempo t . Luego, se multiplica el resultado por δ_k que puede ser positivo, negativo o cero en el caso de que no exista estacionalidad en el proceso.
4. Finalmente se realiza la sumatoria de la expresión obtenida en el ítem anterior, es decir se suma cada uno de los resultados obtenidos al aplicar dicho procedimiento para cada k que pertenece al conjunto K , es decir, se obtiene la sumatoria para todo el periodo estacional.
5. Se aplica una “técnica compensatoria”, que termina distribuyendo las ventas del proceso completo. Es importante mencionar que las $S(t)$ pueden variar, dependiendo de que el tiempo t represente o no un periodo estacional.
6. Se debe prestar atención a que los autores proponen el Modelo tomando datos mensuales, pero eso no impide, y de hecho, los autores afirman que es factible la utilización de la idea del Modelo con otros intervalos de tiempo.

7.3.3. Estimación de Parámetros

Se utiliza el mismo procedimiento descrito para el Modelo Tradicional de Bass. Aplicando regresión lineal a la ecuación (5.12) se obtienen los parámetros p , q y m .

7.4. Resultados obtenidos con la adición de Estacionalidad al Modelo Tradicional de Bass

Los resultados logrados con la consideración de estacionalidad, según los autores del Modelo son los siguientes:

- Debido a la creciente obtención de datos de intervalos cada vez más pequeños, la consideración de estacionalidad se vuelve necesaria para una buena predicción.
- El Modelo está basado en el Modelo Tradicional de Bass (1969), pero el método utilizado para la adición de estacionalidad puede ser utilizado para cualquier Modelo de Difusión de nuevos productos, ya que no altera la formulación de la predicción de ventas.
- El Modelo es capaz de predecir las ventas con el periodo estacional. En su artículo “*Modeling Seasonality in new product diffusion*”, se puede observar que las simulaciones hechas para el proceso de difusión de televisores de pantalla plana en Reino Unido, tuvieron buenos resultados.

7.5. Curva generada por la adición de Estacionalidad al Modelo Tradicional de Bass

Se utilizan los mismos parámetros utilizados en los Capítulos 6 y 7, propuestos por los autores del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad, de manera a facilitar una comparación.

Se tiene entonces que $p = 0,00002$, $q = 0,075$ y $m = 200$.

También se considera que los meses estacionales para la venta de televisores plasma en Reino Unido son: enero, junio, octubre, noviembre y diciembre, por lo que se define el conjunto de las δ_k como:

$$\delta_k = \{0,5, 0, 0, 0, 0, -0,1, 0, 0, 0,1, 0,3, 0,9\}$$

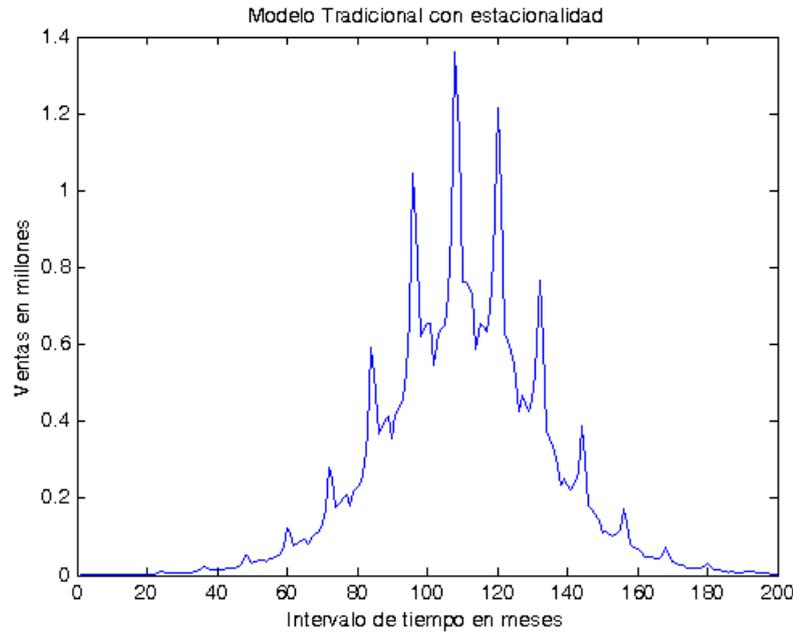


FIGURA 7.1: Curva generada por el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad

Se puede visualizar que la figura muestra los picos de ventas durante el proceso de difusión.

Haciendo una comparación con la Curva generada por el Modelo Tradicional de Bass y el Modelo Discreto propuesto por Daisuke Satoh, se puede apreciar el sesgo que arrojarían las predicciones sin estacionalidad. Además, en este gráfico se observa la necesidad de la consideración de la heterocedasticidad, ya que como se ve en las figuras (5.1) y (6.2), las curvas muestran variaciones casi inexistentes en el comportamiento de las ventas a lo largo de todas las observaciones, cuando (7.1) muestra una variación periódica y no lineal.

De esta manera, se puede observar que la adición de estacionalidad ofrece un panorama más realista del proceso de difusión de un nuevo producto, considerando que la mayoría de los productos, especialmente los tecnológicos, sufren de este fenómeno y también que es imprescindible contar con una idea del comportamiento de las ventas en periodos más cortos, ya que el análisis anual no aporta mayor información que la predicción general.

Parte IV

Diseño Metodológico

Capítulo 8

Diseño Metodológico

8.1. Enfoque de Investigación

Cuantitativo: El enfoque de esta investigación fue cuantitativo, ya que se caracterizó por la relación de las variables y la medición de las mismas, además del tratamiento matemático para explicar los resultados de la investigación.

8.2. Tipo de Investigación

- *Exploratoria:* la investigación fue exploratoria, ya que no existen antecedentes de trabajos basados en el tema escogido para este Trabajo Final de Grado dentro de la carrera de Ingeniería en Marketing, así como dentro de la Facultad Politécnica, convirtiéndose de esta manera en el primer ejemplar de investigación cuantitativa en Marketing dentro de la institución.
- *Descriptiva:* para la construcción del Marco Teórico se utilizó información ya existente sobre el tema, describiendo paso a paso todos los datos necesarios para la sustentación de la investigación.
- *Explicativa:* la investigación buscó encontrar las posibles causas de todos los fenómenos que se describen. Se pretendió además responder a una hipótesis planteada.
- *Correlacional:* se relacionaron datos de ventas de productos tecnológicos de periodos anteriores al periodo de estudio, con el objeto de determinar

parámetros que permitan establecer la predicción y a partir de ella generalizar la técnica de predicción.

8.3. Técnicas de Investigación

1. *Documental*: la investigación utilizó datos que pertenecen al archivo de la empresa *Apple Inc.* para simular la predicción de ventas de los productos escogidos.
2. *Bibliográfica*: los datos del Marco Teórico se obtuvieron de libros, revistas científicas y artículos de internet, lo que permitió la sustentación de la hipótesis planteada.

8.4. Población

- Datos cuatrimestrales de ventas del producto *iPod* correspondientes a los años 2006-2014, extraídos del portal web *Statista*.
- Datos cuatrimestrales de ventas del producto *iPad* correspondientes a los años 2010-2014, extraídos del portal web *Statista*.

8.5. Muestra

Para la simulación de la predicción de ventas se utilizó el cien por ciento de los casos.

8.6. Unidad de Análisis

Cantidades de ventas cuatrimestrales de los productos *iPod* y *iPad* , obtenidas de la empresa *Apple Inc.* a través del portal web *Statista*.

8.7. Método de Investigación

Esta investigación realizó la prueba del Modelo Propuesto a través de la simulación, que consiste en el proceso de diseñar un modelo de un fenómeno real y realizar experimentaciones con el mismo, utilizando datos de situaciones pasadas, con el objetivo de evaluar el funcionamiento del modelo o crear nuevas hipótesis.

Para esta investigación se utilizaron los datos de ventas cuatrimestrales del *iPod*, con el fin de estimar los parámetros para predecir el proceso completo de difusión del mismo, que a la vez sirve de base para predecir el comportamiento de ventas del *iPad*. Como ambos productos ya fueron lanzados al mercado, se pudo evaluar el funcionamiento del modelo contrastando con los datos reales de las ventas cuatrimestrales de los mismos.

8.8. Recolección de datos

- *Statista*:

Es un portal *online* que provee el acceso a datos del mercado e investigaciones, tanto de empresas como de instituciones gubernamentales. Ofrece estadísticas y resultados de encuestas a clientes corporativos, educadores e investigadores.

Apple Inc., así como otras empresas e instituciones, proveen sus datos a *Statista*, que los agrupa, ordena y ofrece en formatos accesibles para el usuario del portal.

Parte V

Modelo Propuesto

Capítulo 9

Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh

Como ya se ha visto hasta este momento, el Modelo de Bass es una de las mejores alternativas a la hora de predecir las ventas de nuevos productos y la incorporación de mejoras al modelo representa uno de los tópicos de investigación más elegidos en la Ciencia del *Marketing*. Existen otros estudios sobre el Modelo de Bass y extensiones a su formulación, contemplando diferentes variables. Sin embargo, en este trabajo, se considerarán sólo los Modelos presentados en los capítulos anteriores.

En el Capítulo 6 se presentó el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh, que realiza importantes mejoras en la estimación de los parámetros que son utilizados en la predicción. Además, presenta una consonancia entre los datos que generalmente se poseen dentro de las empresas (que son discretos) y el Modelo Predictor.

Dentro del Capítulo 7 se analizó la importancia de considerar la estacionalidad dentro de la predicción como fenómeno presente en la mayoría de los productos que se comercializan, incluidos los dispositivos tecnológicos. Con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad se logra la identificación de los picos y valles de ventas dentro del proceso de difusión de un producto, con el objetivo de proveer a los empresarios y analistas un panorama más completo, que considera no sólo el resultado de ventas, sino el camino que se recorrerá una vez lanzado el producto.

En este trabajo, se propone la Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh, es decir, utilizar el Modelo Discreto de Bass como base para la aplicación de Estacionalidad, tal y como se la ha aplicado al Modelo Tradicional de Bass, con el fin de determinar si dicha aplicación produce mejoras significativas dentro de la predicción de las ventas de nuevos productos.

9.1. Razones que sugieren la aplicación de estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh.

Una vez analizados los Modelos en estudio, se puede concluir que ambas propuestas basadas en el Modelo Tradicional de Bass: la discretización y la estacionalización, son mejoras que repercuten directamente en el resultado de la predicción. En los trabajos presentados por sus autores, se puede probar que la mejora en ambos casos es considerable y que toman aspectos diferentes del proceso de difusión, es decir, la discretización ataca el problema de la precisión en la estimación de los parámetros y la estacionalización, la distribución sesgada de las ventas dentro del proceso de difusión.

El Modelo Discreto de Bass permite la predicción de ventas utilizando intervalos de tiempos discretos. Además, como ya se mencionó en el Capítulo 6, el Procedimiento de Estimación de Parámetros OLS presenta mayor precisión, cuando los datos utilizados para su cálculo, proceden del Modelo Discreto de Bass.

Aunque una mayor precisión en los parámetros mejora la predicción, se puede concluir que dicho modelo arroja sesgo en la predicción, debido a los siguientes motivos:

1. El Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh no considera la estacionalidad de los productos. La omisión de este fenómeno produce sesgo en los resultados, tal como se describió en el Capítulo 6 de este libro.
2. Dicho Modelo tampoco considera la heterocedasticidad, omitiendo el error que puede producirse en la predicción como consecuencia de las fluctuaciones que se observan intervalo a intervalo, en el marco de la estacionalidad de los productos.

Esta conclusión es producto de la comparación entre el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad y el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh. La idea de que la incorporación de estacionalidad al Modelo Tradicional de Bass (continuo) produjo una mejora considerable en la predicción, debido a la mejor distribución de las ventas dentro de la curva, genera la inquietud sobre los beneficios que pueda generar la Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh, considerando que el Modelo Propuesto poseerá las mejoras logradas con las dos propuestas realizadas por los autores de ambos Modelos, es decir:

- Estimaré los parámetros con mayor precisión que el Modelo Tradicional de Bass, y por lo tanto, que el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad.
- Consideraré la estacionalidad de los productos, que redujo el sesgo en el Modelo Tradicional de Bass, por lo que también disminuirá el sesgo en el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh.

Otra razón importante es que los parámetros utilizados para ambos modelos son iguales, es decir, ambas formulaciones utilizan los parámetros p , q y m .

Es importante recordar que el método para aplicar estacionalidad al Modelo Tradicional de Bass, utilizado en el Capítulo 7, fue avalado por los autores como utilizable en cualquier intervalo de tiempo, lo que da la seguridad de que se puede aplicarlo en intervalos discretos.

Un punto muy importante es mencionar que el número de adoptadores de un producto en el tiempo t , es decir $f(t)$ no tiene el mismo valor en la formulación del Modelo Tradicional de Bass en función al número acumulado de adoptadores y en la formulación del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad.

En la formulación basada en el número acumulado de adoptadores, y la base del Modelo Discreto de Bass, se tiene que:

$$f(t) = (p + qF(t))(1 - F(t)).$$

En el segundo caso, el valor proviene de la formulación del Modelo Base del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad:

$$f(t) = \frac{\frac{(p+q)^2}{p} [1 - e^{-(p+q)t}]}{\left(1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)t}\right)^2}.$$

De igual manera se considera que la diferencia entre ambas expresiones no afectará de gran manera la formulación del Modelo Propuesto, aunque sí habrán diferencias en los valores a obtener, debido a que no existe una igualdad absoluta en todas las variables de ambos modelos.

Todos los puntos señalados arriba, abren la posibilidad de realizar una mezcla entre las dos mejoras. A pesar de que el Modelo Propuesto poseerá características inmediatas, procedentes de las bases utilizadas para su formulación, no se puede determinar a priori si la propuesta generará una mejor predicción que las logradas por los modelos ya existentes o si la diferencia será ínfima.

9.2. Formulación del Modelo Propuesto

Para la aplicación de estacionalidad al Modelo Discreto es necesario partir de la misma base de la cual partió la aplicación de estacionalidad al Modelo Continuo. Es decir, desde la ecuación (7.2)

$$S(t) = m(F(t) - F(t-1)) + f(t)\varepsilon(t),$$

donde $\varepsilon(t)$ representa el error con media 0 y desviación σ^2 .

Como primer paso, se dejará de considerar la predicción en el tiempo t , para dar paso a la predicción en el periodo de tiempo n , con el cual se trabajará de ahora en adelante.

Como ya se mencionó anteriormente en el Capítulo 6, N_t es el número acumulado de adoptadores del producto en el tiempo t y N'_t el cociente incremental, entonces tenemos que:

$$N_n = F(n)m,$$

y por lo tanto:

$$N'_n = f(n)m,$$

entonces:

$$F(n) = \frac{N_n}{m}, \quad (9.1)$$

y de la misma manera:

$$f(n) = \frac{N'_n}{m}. \quad (9.2)$$

Luego se puede expresar la ecuación (7.2) como:

$$S_n = m \left(\frac{N_n}{m} - \frac{N_{n-1}}{m} \right) + \frac{N'_n}{m} \varepsilon_n \quad (9.3)$$

Sacando factor común m :

$$S_n = N_n - N_{n-1} + \frac{N'_n}{m} \varepsilon_n, \quad (9.4)$$

donde ε_n representa el error con media 0 y desviación σ^2 .

Cabe mencionar que el término del error queda todavía en el mismo intervalo, atendiendo que todas las variables tenidas en cuenta dentro de la predicción fueron unificadas.

Con esto se tiene expresado S_n en función del número acumulado de adoptadores N_n .

El siguiente paso para la construcción del Modelo propuesto, es la incorporación de la Estacionalidad. El método a ser utilizado será el mismo que propusieron Yuri Peers, Dennis Fok y Philip Hans Franses en su trabajo “*Modeling Seasonality in new product diffusion*”.

El objetivo es realizar la discretización de la parte de la ecuación que adiciona estacionalidad al Modelo. Es decir, se deben discretizar los siguientes sumandos:

$$\sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kt}^{0M} f(t) + D_{2kt}^{0M} \sum_{h \in H_k} f(t+h) \right).$$

Por lo tanto el primer paso, es expresar dicha suma en función al periodo de tiempo n en lugar de considerar solamente el tiempo t :

$$\sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kn}^{0M} f(n) + D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} f(n+h) \right) \quad (9.5)$$

Con esto, se considera que el concepto de adición de estacionalidad se aplica a un intervalo de tiempo, no a tiempos puntuales y con distancias muy cortas que tiendan a cero, es decir la sumatoria deja de ser “continua”.

Además, se debe reemplazar dentro de la ecuación (9.5) los términos que contienen a la función continua f por su equivalente en función a las variables N y N' con las que se expresa el Modelo Discreto de D. Satoh.

Como se tiene que $f(n)m = N'_n$, entonces:

$$\sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kn}^{0M} f(n) + D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} f(n+h) \right) = \sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kn}^{0M} \frac{N'_n}{m} + D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} \frac{N'_{n+h}}{m} \right). \quad (9.6)$$

A partir de ahora, el análisis se centrará en discretizar las definiciones de D_{1kn}^{0M} y D_{2kn}^{0M} . Se propone la siguiente descripción:

$$D_{1kn}^{0M} = \begin{cases} -\frac{1}{j} & \text{si el periodo } k \text{ influencia al periodo } n \\ 0 & \text{si no influencia.} \end{cases}$$

Esta nueva definición obedece a la idea de trabajar con periodos de tiempo n en lugar de trabajar con tiempos t . Ese decir, se debe analizar si el periodo observado es o no influenciado por el periodo estacional k , para dar una respuesta. En caso de que el periodo sea influenciado, se dice que el multiplicador arroja como resultado $-1/j$, ya que con la discretización se necesita que el denominador sea válido para cualquier intervalo de tiempo. En el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad, por/ ejemplo, los autores utilizaron el valor $-1/12$ ya que consideraron trabajar desde el inicio con meses. De la misma manera, si el periodo en estudio no es influenciado por el periodo estacional, el resultado es 0.

Por otro lado, se tiene que:

$$D_{2kn}^{0M} = \begin{cases} \frac{1}{j} & \text{si el periodo } n \text{ es igual al periodo estacional } k \\ 0 & \text{si no es igual.} \end{cases}$$

De igual forma que en el multiplicador anterior, se migra de considerar un tiempo continuo a un periodo de tiempo discreto. En este caso, el multiplicador analiza si el periodo para el cual se quiere realizar la predicción es o no un periodo estacional. Por ello, la pregunta a realizar es si el periodo estacional k es o no igual al periodo de estudio n . Si la respuesta es afirmativa, se realiza la compensación positiva de $1/j$, de manera a validar el modelo para cualquier intervalo de tiempo. Si la respuesta es negativa, el resultado es 0.

Finalmente, se poseen todos los elementos de la ecuación del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad, ya discretizados.

Sea C_{En} la nomenclatura del Modelo Propuesto utilizada para designar a las ventas en el periodo n . Entonces se tiene que $S_n = C_{En}$, por lo que:

$$C_{En} = N_n - N_{n-1} + \sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kn}^{0M} \frac{N'_n}{m} + D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} \frac{N'_{n+h}}{m} \right) + \frac{N'_n}{m} \varepsilon_n, \quad (9.7)$$

con:

$$D_{1kn}^{0M} = \begin{cases} -\frac{1}{j} & \text{si el periodo } k \text{ influencia al periodo } n \\ 0 & \text{si no influencia.} \end{cases}$$

$$D_{2kn}^{0M} = \begin{cases} \frac{1}{j} & \text{si el periodo } n \text{ es igual al periodo estacional } k \\ 0 & \text{si no es igual,} \end{cases}$$

donde:

- K : es el conjunto de periodos que definen el periodo estacional del proceso de difusión.
- j : es la cantidad de periodos dentro del periodo estacional.
- δ_k : factor de estacionalidad (positivo, negativo o cero) del periodo n . Dicho factor es positivo si se tiene un pico de ventas en el periodo n , es negativo si se presenta una baja en las ventas y es cero si no existe fenómeno estacional durante el periodo.
- H_k : conjunto de periodos que son influenciados por el periodo estacional k .

- h : elemento del conjunto H_k , es decir un periodo que es influenciado por el periodo estacional.
- $\frac{N'(n)}{m}\varepsilon_n$: error de predicción, con media 0 y desviación σ^2 .

De este modo, finaliza la formulación del Modelo Propuesto: Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh.

9.2.1. Estimación de Parámetros

La estimación de parámetros para el Modelo Propuesto utiliza el mismo método utilizado por el Modelo Discreto propuesto por Daisuke Satoh, ya que el mismo actúa de base para la formulación de la propuesta.

Las ecuaciones (6.20) y (6.24) se aplican para obtener los parámetros a ser utilizados para realizar la predicción con el Modelo Propuesto.

9.2.2. Aproximación numérica del Modelo para su implementación

Para obtener la predicción C_{En} es necesario encontrar la aproximación de la fórmula (9.7) para cada periodo de tiempo n . Para ello se deben obtener valores tanto para la primera parte del modelo como para la adición de estacionalidad.

La solución a $N'(n)$ viene dada por la expresión (6.19), hallada por D. Satoh para su Modelo Discreto:

$$N_n = m \left(\frac{1 - \left(\frac{1-\beta(q+p)}{1+\beta(q+p)} \right)^{\frac{n}{2}}}{1 + \frac{q}{p} \left(\frac{1-\beta(q+p)}{1+\beta(q+p)} \right)^{\frac{n}{2}}} \right),$$

donde $n = \frac{t}{\beta}$.

En la expresión $\sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kn}^{0M} \frac{N'_n}{m} + D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} \frac{N'_{n+h}}{m} \right) + \frac{N'_n}{m} \varepsilon_n$ se tiene que:

- El conjunto H_k depende de cada periodo estacional, por lo tanto depende de cada producto que se tome para la predicción. Dicho conjunto se forma a partir de los datos que se tienen, es decir es una variable conocida. Por ello, también los elementos h del conjunto son conocidos.

- El procedimiento para calcular el parámetro m ya fue descrito anteriormente, por lo que también es un dato conocido.
- Tanto $D_{1kn}^{0M} \frac{N'_n}{m}$ como $D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} \frac{N'_{n+h}}{m}$ toman sus valores dependiendo de la cantidad de periodos dentro del periodo estacional. Por lo tanto, los valores que pueden tomar dichos multiplicadores son solamente $\{0, 1/j, -1/j\}$.
- El único parámetro que no es conocido a partir de los datos que se tienen disponibles es δ_k .

Cabe destacar que los autores del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad no publicaron su procedimiento para la estimación de δ_k , por lo que se describe a continuación una manera de calcular dicho parámetro. La misma se puede utilizar únicamente en aquellos productos que presentan “estacionalidad simple”, es decir que tengan un solo pico dentro del periodo estacional y no contenga valles.

9.2.2.1. Cálculo de δ_k para el Modelo Propuesto

Para poder determinar aquel factor que mejor se ajusta al proceso de difusión que se quiere predecir, se procede a calcular la δ_k adecuada de acuerdo al proceso del cual se tienen datos: las primeras ventas para completar el proceso de difusión de un producto, o el proceso completo que se quiera tomar como base para la predicción de otro producto.

La propuesta para el cálculo de dicha variable parte de la idea básica de tomar el pico más alto que se tuvo dentro del conjunto de datos conocidos.

Luego se realiza la predicción con el Modelo Discreto propuesto por Daisuke Satoh para los datos conocidos, para poder determinar cuáles serán las diferencias entre la predicción y la realidad y subsanarla con la distribución de dichas ventas dentro de los periodos gracias a la estacionalidad. Se elige el pico mayor porque se supone que en ese periodo de tiempo, la estacionalidad está presente con su mayor fuerza, lo cual constituye un parámetro confiable para determinar que todos los demás periodos tendrán al menos una pequeña influencia estacional en el mismo periodo de tiempo.

Cabe aclarar que todos los cálculos que se realizan son con los datos reales del producto base. El resultado que se obtiene también es sobre el proceso de difusión

del producto base. A continuación se detallan los pasos del proceso propuesto para el cálculo de δ_k .

- Se busca en el conjunto de datos tomados de base, cuál es el patrón estacional, de manera a definir la extensión del conjunto δ_k . Se define el conjunto $K = \{k_1, k_2, \dots, k_j\}$, es decir un conjunto de j periodos. Se asume sin pérdida de generalidad que el pico de ventas se da en el periodo k_1 y que el periodo de observación corresponde a un año, ya que es la unidad de tiempo más utilizada en las empresas. Entonces, el conjunto δ_k de un proceso de difusión de j periodos es igual a $\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_j\}$, donde $\delta_2 = \delta_3 = \dots = \delta_j = 0$, por lo que se asumió previamente.
- Se realiza la estimación de los parámetros p , q y m a partir de los datos de ventas base con el Procedimiento OLS descrito por D. Satoh (6.20).
- Con estos parámetros se realiza la predicción con el Modelo Discreto para el producto base, de manera a comparar la predicción versus los datos reales, determinar las diferencias entre ambos resultados y ajustar la estacionalidad para aplicarla al proceso de difusión que se quiere proyectar. Para realizar la predicción se utiliza la ecuación (6.19), que determina la predicción en cada periodo de tiempo n .
- Finalizada la predicción con el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh, se suponen sin pérdida de generalidad las siguientes afirmaciones:
 1. La predicción obtenida por el Modelo de Satoh en el periodo de observación (un año) es $\{d_1, d_2, \dots, d_j\}$.
 2. Los datos reales de las ventas en el periodo de observación (un año) son $\{r_1, r_2, \dots, r_j\}$.

Como el objetivo es lograr alcanzar el pico de ventas obtenido en el primer periodo, se debe agregar a d_1 las ventas adicionales para alcanzar la predicción real r_1 . Sea e_d la cantidad adicionada a la predicción d_1 , entonces se debe lograr la siguiente igualdad:

$$d_1 + e_d = r_1 \tag{9.8}$$

Por la definición de la adición de estacionalidad al modelo, que partía de la idea de distribuir las ventas aumentando en los periodos de picos y disminuyendo en los periodos de valles, entonces la obtención de δ_k no es inmediata por despeje, sino que se debe realizar las compensaciones correspondientes a los picos y valles. Como asumimos que se tiene pico en k_1 , se debe realizar el ajuste aplicando el factor de estacionalidad δ_1 desconocido.

Desde la ecuación (9.7):

$$\sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kn}^{0M} N'_n + D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} N'_{n+h} \right)$$

se puede observar que el miembro $D_{1kn}^{0M} N'_n$ es 0 puesto que D_{1kn}^{0M} es 0, ya que el periodo k_1 no está influenciado por otro periodo. Con esto, la expresión de arriba se convierte en $\sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} N'_{n+h} \right)$, lo cual es equivalente a e_d , por lo que se debe calcular δ_k en función a D_{2kn}^{0M} .

Como se tiene que:

$$D_{2kn}^{0M} = \begin{cases} \frac{1}{j} & \text{si el periodo } n \text{ es igual al periodo estacional } k \\ 0 & \text{si no es igual} \end{cases}$$

Y el periodo n en este caso es igual al periodo estacional k_1 , entonces la respuesta es $1/j$.

Ahora, para obtener el término e_d se debe hallar el valor de:

$$\sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} N'_{n+h} \right).$$

Para ello se debe considerar el conjunto H_k , definido como el conjunto de periodos que son influenciados por el periodo estacional k_1 . De allí se concluye que $H_k = \{k_2, k_3, \dots, k_j\}$. Entonces tenemos que:

- Para d_2 , se tiene: $\delta_1 d_2 \frac{1}{j}$.
- Para d_3 , se tiene: $\delta_1 d_3 \frac{1}{j}$.
- Para d_4 , se tiene: $\delta_1 d_4 \frac{1}{j}$.
- Y así sucesivamente, se tiene que $\delta_1 d_j \frac{1}{j}$.

De esta manera, se obtiene la sumatoria de todos los términos anteriores, que es igual a e_d .

Es decir,

$$e_d = \delta_1 \frac{d_2}{j} + \delta_1 \frac{d_3}{j} + \dots + \delta_1 \frac{d_j}{j} \quad (9.9)$$

Sacando factor común δ_1 se tiene:

$$e_d = \delta_1 \left(\frac{d_2 + d_3 + \dots + d_j}{j} \right) \quad (9.10)$$

Ahora, sólo queda reemplazar e_d en la ecuación (9.8)

$$\begin{aligned} d_1 + e_d &= r_1 \\ d_1 + \delta_1 \left(\frac{d_2 + d_3 + \dots + d_j}{j} \right) &= r_1 \end{aligned} \quad (9.11)$$

Despejando la ecuación anterior se obtiene que:

$$\delta_1 = \frac{j(r_1 - d_1)}{d_2 + d_3 + \dots + d_j} \quad (9.12)$$

Como tenemos que r_1 y $\{d_1, d_2, \dots, d_j\}$ son valores conocidos, de esta manera se obtiene el valor de δ_k .

Así, se tienen definidos todos los datos de entrada para implementar el Modelo Propuesto.

9.3. Curva generada por el Modelo Propuesto

Se puede apreciar en la figura (9.1) que el Modelo Propuesto muestra los picos y valles de ventas, a diferencia de su modelo base: la discretización propuesta por D. Satoh. Los datos utilizados fueron de la misma fuente que se utilizó en las figuras de los capítulos anteriores.

La curva presenta una mejora en la distribución de ventas evidente, respecto con la (6.2), y una imagen bastante semejante a la (7.1). Para determinar si existen o no diferencias respecto de los anteriores resultados obtenido con los modelos utilizados como base, se procede a realizar las simulaciones correspondientes para determinar la existencia de alguna mejora considerable en la predicción. Dichas pruebas serán descritas en el próximo capítulo.

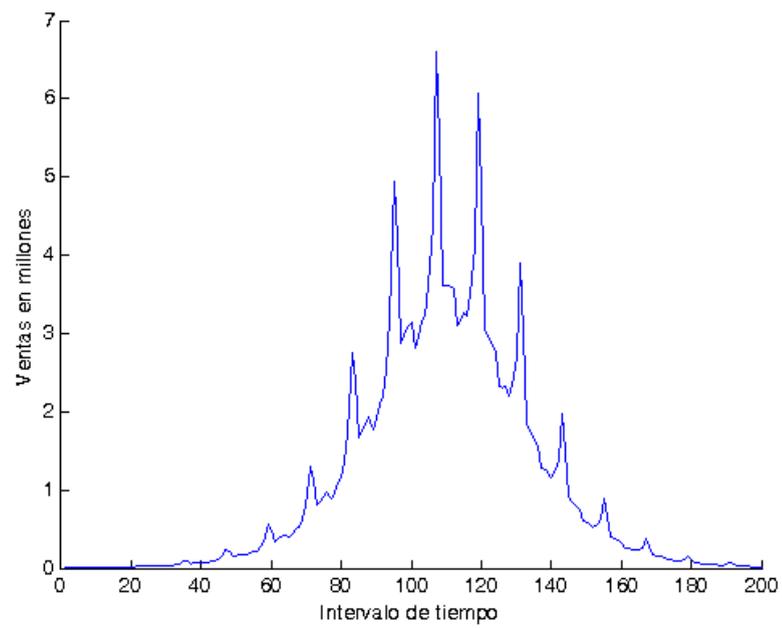


FIGURA 9.1: Curva generada por el Modelo Propuesto

Capítulo 10

Simulaciones

En este capítulo se realizan las pruebas para determinar si el Modelo Propuesto en el capítulo anterior produce o no mejoras en la predicción.

Para ello se utiliza el programa MATLAB (*Mathematics Laboratory*), que es un lenguaje de alto nivel para computación numérica, visualización y desarrollo de aplicaciones. Con el mismo se crean algoritmos para los tres Modelos que van a ser comparados: El Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh, el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad y la Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto propuesto por D. Satoh, presentado en este trabajo.

10.1. Consideraciones sobre los datos tomados para las simulaciones

Para corroborar la eficacia de cada uno de los modelos a ser probados mediante la simulación, se necesitan datos de ventas reales para poder calcular en primer lugar, los parámetros a ser utilizados y en segundo lugar, evaluar el grado de precisión o fracaso de la predicción hecha.

Los datos utilizados para realizar las pruebas son tomados del portal *online* “*Statista*”, que recoge datos del mercado o de organizaciones y realiza estadísticas y trabajos de investigación y análisis sobre los mismos.

En este caso, se toman los datos de ventas de productos de la empresa *Apple Inc.*, quienes proveen sus datos a *Statista*, es decir, la fuente es *Apple Inc.* y la

recopilación y difusión en formatos estadísticos está a cargo de *Statista*. Para realizar la predicción se toman los siguientes datos:

- Datos de ventas de *iPod*: correspondientes al periodo fiscal comprendido entre los años 2006 y 2014. *iPod* es una línea de reproductores de audio digital portátiles diseñados y comercializados por *Apple Inc.* y fue presentado por primera vez el 22 de octubre de 2001. Los datos son utilizados para el cálculo de los parámetros p , q y m del producto y para evaluar luego si la predicción es aproximada a las ventas reales del *iPod*.
- Datos de ventas de *iPad* presentados en cuatrimestres, correspondientes al periodo fiscal comprendido entre los años 2010 y 2014. *iPad* es una línea de tabletas diseñadas y comercializadas por *Apple Inc.* y fue presentado por primera vez el 27 de enero del año 2010. Los datos de venta de este producto sirven para evaluar si la predicción realizada para el *iPod*, también predice el comportamiento de ventas del *iPad*.

Se considera que estos datos son apropiados para realizar las pruebas por poseer las siguientes características:

1. Son datos de ventas de productos tecnológicos, que según lo descrito en el Capítulo 5, poseen estacionalidad.
2. Tanto el *iPod* como el *iPad* son productos realmente nuevos.
3. El *iPod* fue lanzado al mercado con diez años de antelación con respecto al *iPad* y se tenían datos suficientes de sus ventas para realizar una predicción.
4. Corresponden a la categoría “*productos similares*”, ya que comparten la marca y el público objetivo, puesto que *Apple Inc.* ha desarrollado el fenómeno de personas que adoptan no sólo el producto, sino la marca, siendo fieles a toda la gama de productos que ésta ofrece. Además, ambos productos comparten el sistema operativo “iOS”, así como funcionalidades semejantes: reproducen audio, dependiendo de las versiones, reproducen video, sirven para tomar fotografías, etc. Por ello, el resultado de la predicción del comportamiento del *iPod* será apropiado para que con la estimación de m por parte del experto, se pueda obtener la predicción del proceso de difusión del *iPad*.
5. Poseen el comportamiento de “estacionalidad simple”, lo cual hace viable el cálculo de δ_k con el procedimiento propuesto dentro del trabajo.

10.2. Tablas de datos

A continuación se detallan las características de las tablas de datos que se utilizarán para realizar las simulaciones correspondientes.

Ambos conjuntos de datos fueron tomados de un trabajo realizado por *Statista* con el objetivo de comparar las ventas de tres productos de la empresa *Apple Inc.*. Es decir, la estadística es una sola, pero contiene datos por separado de ventas de *iPod*, *iPhone* y *iPad*.

10.2.1. Datos base *iPod*

Ver Tabla (10.1).

- Fuente: *Apple Inc.*
- Realizado por: *Apple Inc.*
- Periodo de recolección de datos: primer cuatrimestre del 2006 al cuarto cuatrimestre del 2014.
- Región: Todo el mundo.
- Método de recolección: no especificada
- Grupo de edad: no especificado
- Características especiales: no especificadas

Nota: Los periodos cuatrimestrales para el año fiscal de *Apple Inc.* se distribuyen de la siguiente manera:

1. Primer cuatrimestre: inicios de octubre hasta finales de diciembre del año anterior al año en el que se realiza la observación.
2. Segundo cuatrimestre: inicios de enero hasta finales de marzo del año en curso en el que se realiza la observación.
3. Tercer cuatrimestre: inicios de abril hasta finales de junio del año en curso en el que se realiza la observación.
4. Cuarto cuatrimestre: inicios de julio hasta finales de septiembre del año en curso en el que se realiza la observación.

- Fecha de publicación: Octubre del 2014

10.2.2. Datos de ventas del *iPad*

Ver Tabla (10.2).

- Fuente: *Apple Inc.*
- Realizado por: *Apple Inc.*
- Periodo de recolección de datos: abril del 2010 a septiembre de 2014
- Región: todo el mundo
- Método de recolección: no especificada
- Grupo de edad: no especificado
- Características especiales: no especificadas

Nota: Los periodos cuatrimestrales para el año fiscal de *Apple Inc.* se distribuyen de la siguiente manera:

1. Primer cuatrimestre: inicios de octubre hasta finales de diciembre del año anterior al año en el que se realiza la observación.
2. Segundo cuatrimestre: inicios de enero hasta finales de marzo del año en curso en el que se realiza la observación.
3. Tercer cuatrimestre: inicios de abril hasta finales de junio del año en curso en el que se realiza la observación.
4. Cuarto cuatrimestre: inicios de julio hasta finales de septiembre del año en curso en el que se realiza la observación.

- Publicado por: *Apple Inc.*
- Fecha de publicación: Octubre del 2014

10.3. Predicción de ventas

Se realizan las predicciones con los tres modelos con los que se trabajó a lo largo del libro:

- Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh: modelo base del Modelo Propuesto.
- Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad: que provee el método tomado para la adición de estacionalidad para el Modelo Propuesto.
- Modelo Propuesto: aplicación de estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh.

Se pretende ver los resultados, realizar comparaciones y analizar si existen o no mejoras en la predicción con el Modelo Propuesto, respecto de los dos modelos utilizados como base de construcción.

10.3.1. Predicción con el Modelo Propuesto

10.3.1.1. Estimación de los Parámetros

Para la estimación de los parámetros se utiliza el Procedimiento descrito en el Capítulo 6 de este libro.

Con la aplicación de la ecuación (6.20) a los datos de ventas del *iPod*, se obtuvieron los siguientes parámetros: $p = 0,0226$, $q = 0,0887$, $m = 402,39$. Cabe aclarar que m está expresada en millones de unidades, así como los datos.

10.3.1.2. Cálculo de δ_k del *iPod* para el Modelo Propuesto

Para calcular el valor de δ_k se realiza el procedimiento descrito en el capítulo anterior:

- Se busca en el conjunto de datos del *iPod* cuál es el patrón estacional. Como se puede apreciar en la Tabla (10.1), los datos tienen una estacionalidad

simple que se repite cada 4 cuatrimestres: se tienen 3 cuatrimestres sin variaciones sustanciales en las ventas y luego, el cuarto cuatrimestre es un cuatrimestre estacional. Es decir, se tiene el conjunto $K = \{k_1, k_2, k_3, k_4\}$. Por lo tanto, el conjunto $\delta_k = \{\delta_1, 0, 0, 0\}$, lo cual significa que dentro del conjunto K compuesto de cuatro cuatrimestres, uno de ellos será estacional. El cálculo de δ_k será en base al año 2009, ya que el pico mayor se encuentra dentro de este año.

- Se realiza la estimación de los parámetros p , q y m y se procede con la predicción con el Modelo de D. Satoh. Los resultados obtenidos por la predicción se pueden ver en la Tabla (10.3).
- Como ya se definió que el conjunto δ_k tiene la siguiente extensión: $\delta_k = \{\delta_1, 0, 0, 0\}$, se debe proceder a encontrar el valor de δ_1 , reemplazando los valores en la ecuación (9.12): Como se tienen cuatrimestres, se tiene que existen 4 cuatrimestres dentro del periodo de observación de un año. Por lo tanto $j = 4$, y:

$$\delta_1 = \frac{4(r_1 - d_1)}{d_2 + d_3 + d_4}.$$

En este caso, como el pico más alto cae en el cuatrimestre 1 del año 2009, observando la tabla (10.1) se tiene que:

$$r_1 = Q1'09 = 22,73$$

$$r_2 = Q2'09 = 11,01$$

$$r_3 = Q3'09 = 10,22$$

$$r_4 = Q4'09 = 10,18$$

Observando la Tabla (10.3) se tiene que:

$$d_1 = Q1'09 = 13,4684$$

$$d_2 = Q2'09 = 13,6634$$

$$d_3 = Q3'09 = 13,75$$

$$d_4 = Q4'09 = 13,7252$$

Por lo tanto, el valor de δ_1 , que es igual a $\{0.8423, 0, 0, 0\}$.

10.3.1.3. Resultados de la Predicción

Una vez determinados todos los datos de entrada para realizar la predicción, se procede a introducirlos dentro de la ecuación (9.7):

$$C_{En} = N_n - N_{n-1} + \sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kn}^{0M} \frac{N'_n}{m} + D_{2kn}^{0M} \sum_{h \in H_k} \frac{N'_{n+h}}{m} \right) + \frac{N'_n}{m} \varepsilon_n.$$

La Tabla (10.4) muestra la predicción punto a punto de las ventas del *iPod* hecha con el Modelo Propuesto: Ventas(M.P.), así como las predicciones acumuladas: Acum. (M.P.). Los valores obtenidos punto a punto son todas las soluciones de C_{En} para todos los n desde el cuatrimestre 1 del 2006 hasta el cuatrimestre 4 del 2014. Dicha tabla también muestra las diferencias (Dif.) existentes entre la predicción hecha por el modelo y las ventas reales: Ventas (R).

En dicha tabla se puede apreciar el grado de precisión del Modelo Propuesto. Las diferencias entre los valores obtenidos por el mismo y los valores reales oscilan dentro del intervalo $[-2,0802, 2,2474]$, correspondientes a los siguientes periodos de tiempo: Q1 '13 y Q1 '06 respectivamente. Cabe destacar que el cálculo de la diferencia se realizó tomando como minuendo a los datos reales. Como los datos están en millones, el error de la predicción oscila alrededor de 2.000.0000 de unidades como máximo en un periodo puntual de la predicción.

En la figura (10.1) se observa que el Modelo Propuesto reconoce todos los picos del proceso de difusión del *iPod*. En la predicción punto a punto posee diferencias respecto a los datos reales, pero en general, predice el comportamiento de las ventas del producto y replica una curva bastante similar a la curva que forman los datos reales. De esta manera se puede observar que las predicciones no están lejos de la realidad, y que de hecho, estiman de manera muy precisa la distribución de las ventas durante el periodo de tiempo en el que se realiza la previsión de ventas. Si el Modelo Propuesto se usara para la predicción de todo el proceso del *iPod*, se puede observar que el resultado es bastante bueno, ya que los empresarios y gerentes de *Marketing* obtendrían una referencia de lo que acontecería con su producto en los próximos años.

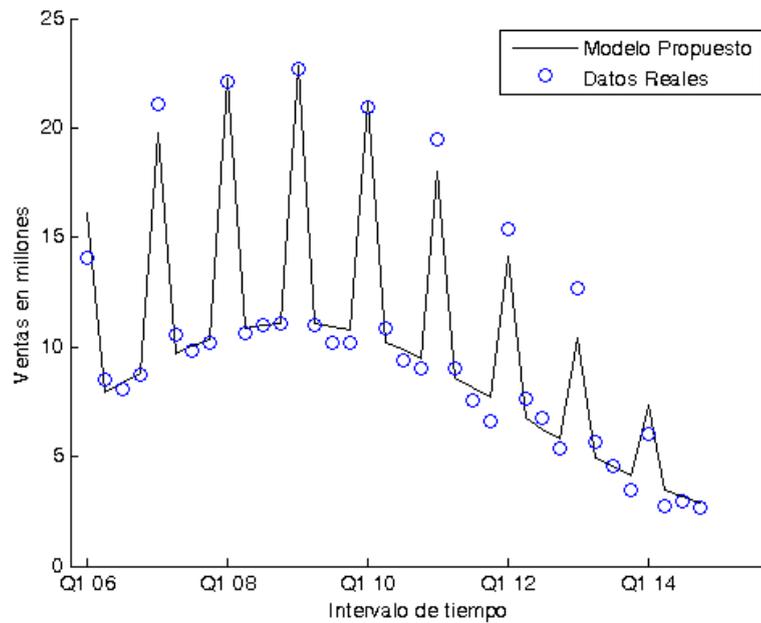


FIGURA 10.1: Curva generada por el Modelo Propuesto para la predicción de ventas del *iPod* durante el periodo 2006-2014

10.3.2. Predicción con el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh

La predicción de ventas con el Modelo Discreto de Satoh ya fue realizada para estimar δ_k para la previsión del Modelo Propuesto. La tabla (10.3) muestra los resultados de la predicción.

La Tabla (10.5) muestra nuevamente las predicciones hechas por el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh: Ventas (D.S.) y las predicciones acumuladas: Acum. (D.S.), así como las diferencias (Dif.) existentes entre la predicción y las ventas reales: Ventas (R).

En dicha tabla se pueden apreciar que las diferencias en toda la predicción son muy grandes. Los excedentes o faltantes en la predicción están en el intervalo $[-3,6528, 9,3229]$. Dichas diferencias se realizaron restando la predicción de los datos reales, en cada punto. Aunque el modelo provee una idea de cómo se comportará el proceso de difusión, dicha idea es muy imprecisa debido a que no contempla los picos de ventas, y al no hacerlo, afecta el resto de la predicción.

Por ello, no es recomendable que los analistas se queden con la predicción de este modelo, puesto que pasarán por alto mucha información y previsión proveniente de

la consideración de la estacionalidad, teniendo una idea sesgada de los resultados que se obtendrá a lo largo del proceso.

Se presenta además la curva generada por las predicciones del Modelo Discreto propuesto por D. Satoh, así como los datos reales de las ventas, punto a punto:

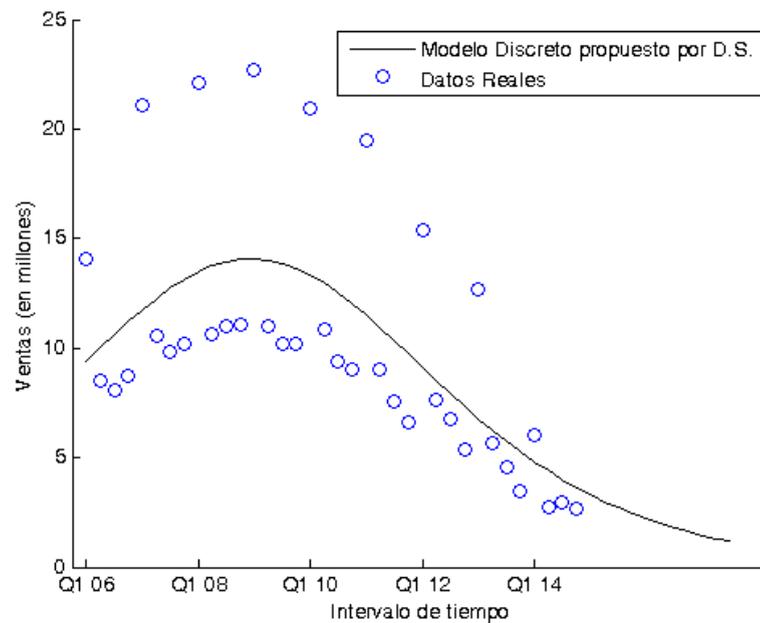


FIGURA 10.2: Curva generada por el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh para la predicción de ventas del *iPod* durante el periodo 2006-2014

Se puede apreciar que la predicción no es muy buena, ya que existen datos que salen muy por encima de la curva generada por las predicciones, produciendo el sesgo del cual se habla en el libro.

10.3.3. Predicción de ventas con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad

10.3.3.1. Estimación de los Parámetros

Para la estimación de los parámetros se utiliza el Procedimiento propuesto por Bass y descrito en el Capítulo 3 de este libro.

Con la aplicación de Regresión Lineal a los datos de ventas del *iPod*, se obtuvieron los siguientes parámetros: $p = 0,0223$, $q = 0,0873$ y $m = 408,79$. Cabe aclarar que m está expresada en millones de unidades, así como los datos.

10.3.3.2. Cálculo de δ_k del *ipod* para el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad

Se realiza el cálculo de manera análoga a la descrita para la obtención de δ_k para el Modelo Propuesto. En este caso se realiza la predicción base con el Modelo Tradicional de Bass, a partir de la ecuación (5.11) se obtiene la predicción punto a punto. Los resultados obtenidos se pueden ver en la Tabla (10.6).

A partir de la predicción anterior se pueden asumir las siguientes afirmaciones sin pérdida de generalidad:

1. La predicción obtenida en un año fiscal del *iPod* por el modelo es b_1, b_2, b_3, b_4 .
2. Los datos reales de las ventas en un año fiscal del *iPod* están dados por r_1, r_2, r_3, r_4 .

Como ya se definió que el conjunto δ_k tiene la siguiente extensión: $\delta_k = \{\delta_1, 0, 0, 0\}$, se debe proceder a encontrar el valor de δ_1 , reemplazando los valores en la ecuación (9.12): Como se tienen cuatrimestres, se tiene que existen 4 cuatrimestres dentro del periodo de observación de un año. Por lo tanto $j = 4$, y:

$$\delta_1 = \frac{4(r_1 - b_1)}{b_2 + b_3 + b_4}.$$

En este caso, como el pico más alto cae en el cuatrimestre 1 del año 2009, observando la tabla (10.1) se tiene que:

$$r_1 = Q1'09 = 22,73$$

$$r_2 = Q2'09 = 11,01$$

$$r_3 = Q3'09 = 10,22$$

$$r_4 = Q4'09 = 10,18$$

A partir de la tabla (10.6) se tiene que:

$$b_1 = Q1'09 = 14,059$$

$$b_2 = Q2'09 = 14,0124$$

$$b_3 = Q3'09 = 13,8826$$

$$b_4 = Q4'09 = 13,6729$$

Reemplazando los valores, se obtiene el valor de δ_1 que es igual a $\{0.8344, 0, 0, 0\}$.

10.3.3.3. Resultados de la Predicción con el Modelo de Bass Tradicional con Estacionalidad

Tras calcular todos los datos de entrada, se realiza la introducción de los mismos en la ecuación (7.4):

$$S(t) = m \left[F(t) - F(t-1) + \sum_{k \in K} \delta_k \left(D_{1kt}^{0M} f(t) + D_{2kt}^{0M} \sum_{h \in H_k} f(t+h) \right) \right] + f(t)\varepsilon(t).$$

Esta fórmula predice las ventas del *iPod* cuatrimestre a cuatrimestre desde octubre del 2006 a septiembre del 2014. Los resultados se observan en la Tabla (10.7).

La Tabla (10.7) muestra la predicción punto a punto de las ventas del *iPod* hecha con el Modelo Tradicional de Bass: Ventas (M.B.E.), así como las predicciones acumuladas: Acum. (M.B.E.). Los valores obtenidos punto a punto son todas las soluciones de $S(t)$ para todos los t correspondientes al periodo 2006-2014. Dicha tabla también muestra las diferencias (Dif.) existentes entre la predicción hecha por el modelo y las ventas reales: Ventas (R).

Se puede observar que el Modelo de Bass con Estacionalidad, reconoce todos los picos del proceso de difusión del *iPod*. La predicción logra captar el comportamiento de las ventas y la distribución de las mismas a lo largo del ciclo de vida del producto. Se tienen diferencias entre la previsión y la realidad, pero en general, reproduce el proceso con buena precisión.

En cuanto a la diferencia entre los datos reales y la predicción obtenida por el Modelo Tradicional en cada cuatrimestre, el intervalo de variación es $[-2,0032, 1,8679]$. Dichos valores corresponden a los periodos Q1 '13 y Q1 '06 respectivamente.

El Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad ofrece una descripción general bastante aproximada y buena de las ventas del *iPod*, siendo de esta manera una

mejora muy importante dentro de la Ciencia del *Marketing*, ya que es el primer modelo de previsión de ventas que considera la estacionalidad dentro del proceso de difusión.

También se puede observar el gráfico generado por la predicción de ventas del *iPod* a través del Modelo Tradicional de Bass, así como la curva generada por las ventas reales del mismo:

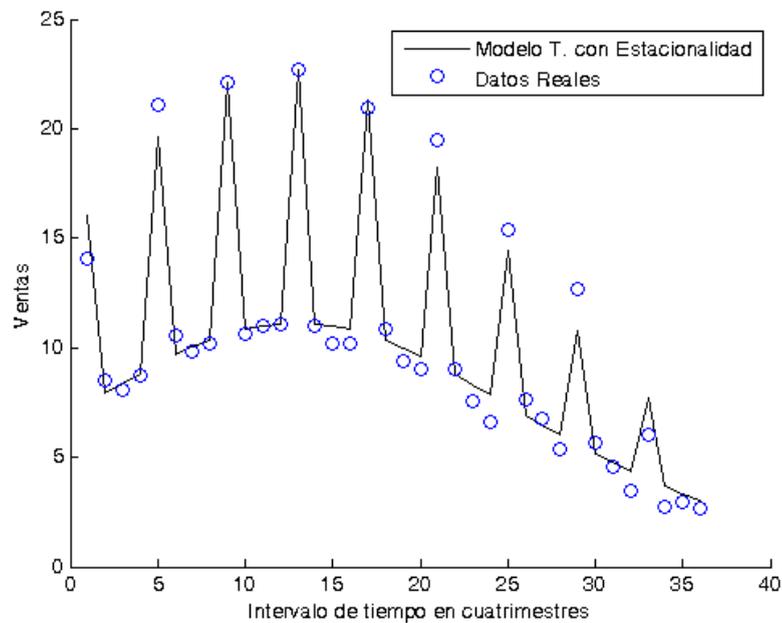


FIGURA 10.3: Curva generada por el Modelo de Bass con Estacionalidad para la predicción de ventas del *iPod* durante el periodo 2006-2014

10.3.4. Comparación entre los resultados obtenidos con todas las predicciones del *iPod*

Se realiza una comparación entre las predicciones para las ventas del *iPod* obtenidas anteriormente por los tres modelos simulados. Primeramente se observa cómo quedan las predicciones respecto a las ventas reales cuatrimestre a cuatrimestre.

Los resultados de la comparación pueden ser observados en la Tabla (10.8). También se puede observar el gráfico (10.4) con las curvas generadas por los tres modelos: Modelo Propuesto (M.P.), predicción de las ventas con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad (M.B.E) y Modelo Discreto propuesto por Daisuke Satoh (D.S.), así como por los datos de ventas reales del *iPod*.

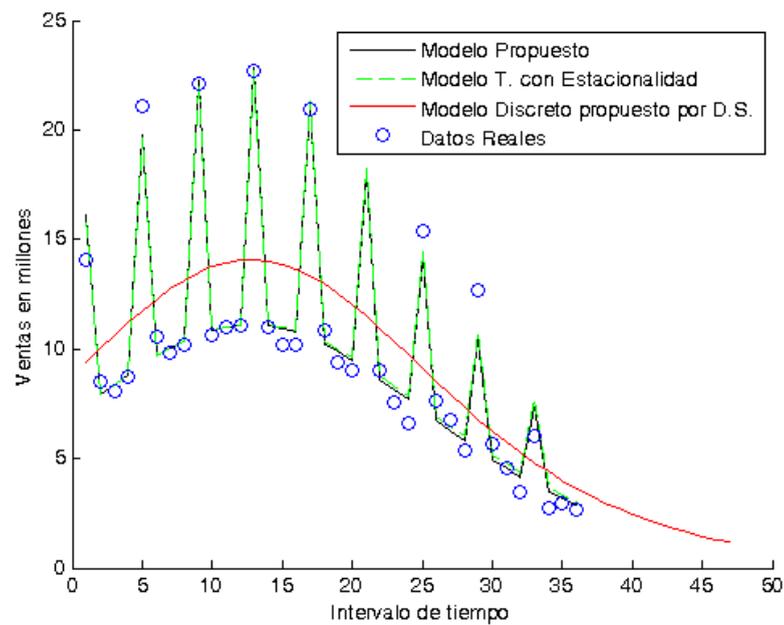


FIGURA 10.4: Curva generada por los tres Modelos y por los datos reales de ventas del *iPod* durante el periodo 2006-2014

Por otro lado, en la Tabla (10.9) se muestran las diferencias resultantes de restar las predicciones de los valores reales (de cada predicción con cada modelo), para tener base para evaluar cuál de los tres modelos presenta la mejor predicción (la que tiene menor error).

Los datos de dicha tabla sirven para calcular dos parámetros de medición:

1. Sumatoria de los valores absolutos: con lo que se puede apreciar cuál es el error puntual acumulado de la predicción del modelo, sin importar si la diferencia respecto a la realidad es por exceso o por defecto. Es decir, muestra la sumatoria de los errores punto a punto.
2. Sumatoria de todas las diferencias: muestra la variación respecto al total de ventas. Mide si el modelo predice más o menos ventas al final del proceso de difusión. En otras palabras, mide la precisión de la predicción respecto de la m definida por el experto.

La Tabla (10.10) muestra los resultados obtenidos. Como resultado de estas diferencias se pueden hacer las siguientes afirmaciones:

- Primeramente, observando la sumatoria de las diferencias absolutas, se puede observar que el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh es el que tiene mayor diferencia absoluta, es decir el que presenta mayor error en la predicción general. Entre el Modelo Propuesto y el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad existe una diferencia de 0.1799, es decir 179,990 unidades, a favor del Modelo Propuesto. Esto muestra que aunque sea pequeña, existe una diferencia positiva al predecir las ventas con el Modelo Propuesto. La diferencia entre predecir con el Modelo Propuesto y la base de su formulación, es decir con el Modelo Propuesto por D. Satoh es de 98.5125, es decir 98,512,500 unidades, a favor del Modelo Propuesto.
- Aunque la diferencia absoluta entre el Modelo Propuesto y el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad sea mínima, se puede observar que el Modelo Propuesto es el que ofrece menor error en la predicción general. El hecho de que la diferencia sea pequeña obedece al hecho de que la forma de distribución de las ventas (aplicación de estacionalidad) se realiza de la misma manera en ambos modelos, es decir, la distribución final es bastante similar. Con esto se puede apreciar que el Modelo Propuesto posee los beneficios de considerar estacionalidad en un modelo de predicción de ventas.
- Atendiendo la sumatoria de las diferencias, con el objetivo de ver cuál de los modelos predice con la menor diferencia respecto del total de ventas real, tenemos que el que presenta el mayor error es el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad, ya que la diferencia es de 3.9755 (el signo negativo proviene de que la predicción es mayor a las ventas reales), es decir predice que durante todo el proceso de predicción se venden 3,9755,000 productos de más. En cambio el Modelo Propuesto tiene una diferencia de 0.2764, es decir predice que se venderán 276,400 productos de más. Entre ambos modelos existe una diferencia de 3,519,100 productos a favor del Modelo Propuesto. El Modelo Discreto Propuesto por Daisuke Satoh tiene una diferencia de 0.2764 respecto de las ventas reales, es decir, apenas una diferencia de 100 unidades respecto del Modelo Propuesto y de 276.500 unidades de la realidad.

- A pesar de que la diferencia entre el Modelo Propuesto y el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh es ínfima, se puede observar nuevamente que el Modelo Propuesto es el que ofrece mejor predicción de las ventas totales, es decir del parámetro m . Que ambos modelos predigan de esta manera, obedece al hecho de que uno de ellos es la base del otro modelo y además, que el Modelo Propuesto posee el beneficio de una mejor estimación de parámetros, comparado con el Modelo Tradicional de Bass y por consiguiente, con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad.
- De esta manera, se aprecia que en ambos parámetros de medición, el Modelo Propuesto es el que presenta una mejor predicción, comparado con los modelos que fueron utilizados como base para su formulación.

10.3.5. Compración de la predicción del Modelo Propuesto con los datos de ventas del *iPad*

Una vez medida la predicción que realiza el Modelo Propuesto para las ventas del *iPod*, se procede a realizar la comparación de dicha predicción con los datos de ventas del *iPad*, para determinar si los resultados reproducen el comportamiento de ventas del mismo, considerando que son productos similares que en teoría, se comportan de igual manera.

La Tabla (10.11) muestra las comparaciones realizadas entre las ventas reales del *iPad* y las predicciones del Modelo Propuesto para el *iPod*,

También se muestra un gráfico para apreciar de mejor manera la predicción y los datos reales:

Se puede ver que el comportamiento del *iPad* sigue un comportamiento similar al comportamiento del *iPod*, y como ya se ha constatado con las simulaciones anteriores, el modelo tiene una buena actuación a la hora de predecir los datos del *iPod*. Además en el gráfico (10.5) y con la tabla de datos (10.11) se puede observar que se puede predecir todos los picos de ventas del producto *iPad*, ya que también caen en el periodo de tiempo $Q1$.

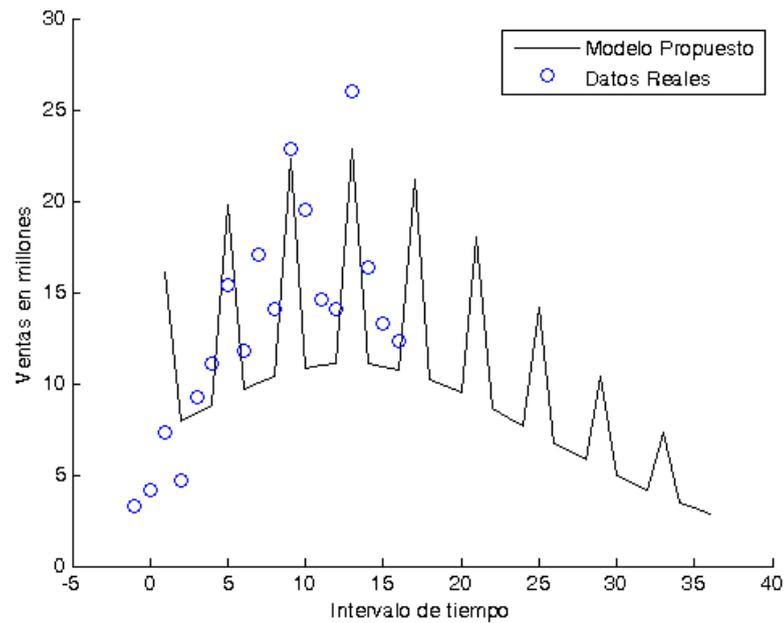


FIGURA 10.5: Curva generada por el Modelo Propuesto para la predicción de ventas del *iPad* durante el periodo 2010-2014

Para la predicción de las ventas del *ipod* se utilizaron los parámetros $p = 0,0226$, $q = 0,0887$, $m = 402,39$. Para el proceso de difusión del *iPad* se deben utilizar los mismos p y q , ya que capturan correctamente el comportamiento, pero la m debe ser estimada por un experto.

Si se diera valores mayores a la m del *iPad*, es decir, se supone que el potencial de mercado de dicho producto es mayor, se tendrían los siguientes resultados en millones de productos:

- Para $m = 440$
- Para $m = 470$

Se puede observar que las predicciones se acercan a la realidad, sobre todo en la Figura (10.7), para $m = 470$, que reproduce con bastante precisión el comportamiento a partir del segundo pico que se observa dentro del proceso.

De esta manera, se puede decir que con una buena estimación de m por parte del experto y basado en la m que el Modelo Propuesto predice para el *iPod*, se puede predecir el comportamiento del *iPad*, sin necesidad de contar con las primeras ventas. Es decir, el Modelo Propuesto es capaz de predecir las ventas de

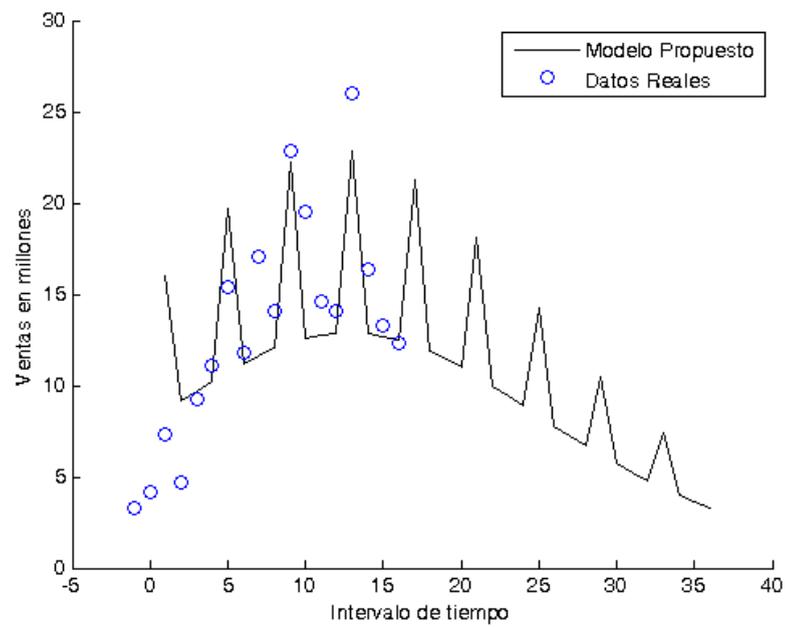


FIGURA 10.6: Curva generada por el Modelo Propuesto para la predicción de ventas del *iPad*, para $m = 440$ durante el periodo 2010-2014

un producto que aún no ha sido lanzado al mercado, basándose en las ventas de un producto similar que ya es vendido dentro del mismo mercado, con una correcta estimación del potencial del mercado, que queda en manos del experto.

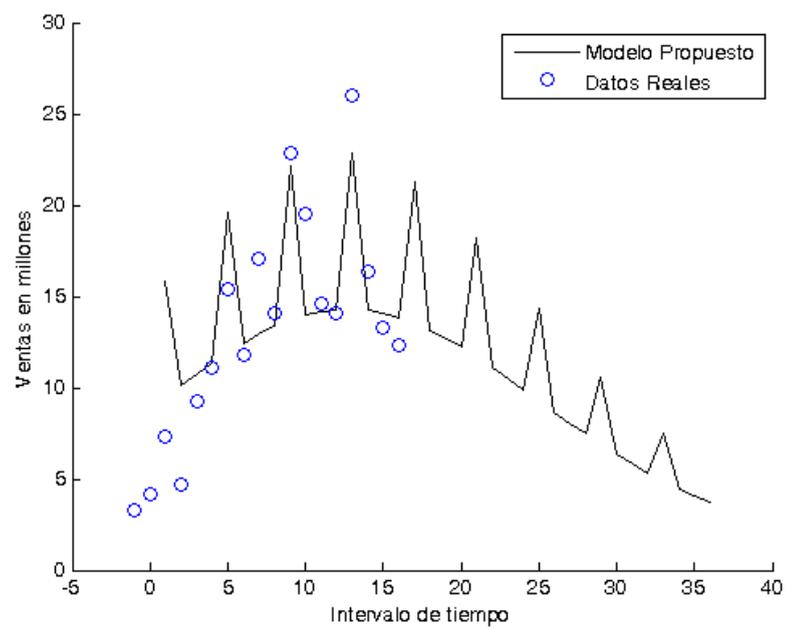


FIGURA 10.7: Curva generada por el Modelo Propuesto para la predicción de ventas del *iPad*, para $m = 470$ durante el periodo 2010-2014

Datos de ventas de <i>iPod</i> durante el periodo 2006-2014		
Cuatrimestre	Cantidad de Ventas por cuatrimestre	Acumuladas
Q1 '06	14.04	14.04
Q2 '06	8.53	22.57
Q3 '06	8.11	30.68
Q4 '06	8.73	39.41
Q1 '07	21.07	60.48
Q2 '07	10.55	71.03
Q3 '07	9.82	80.85
Q4 '07	10.2	91.05
Q1 '08	22.12	113.17
Q2 '08	10.64	123.81
Q3 '08	11.01	134.82
Q4 '08	11.05	145.87
Q1 '09	22.73	168.6
Q2 '09	11.01	179.61
Q3 '09	10.22	189.83
Q4 '09	10.18	200.01
Q1 '10	20.97	220.98
Q2 '10	10.89	231.87
Q3 '10	9.41	241.28
Q4 '10	9.05	250.33
Q1 '11	19.45	269.78
Q2 '11	9.02	278.8
Q3 '11	7.54	286.34
Q4 '11	6.62	292.96
Q1 '12	15.4	308.36
Q2 '12	7.67	316.03
Q3 '12	6.75	322.78
Q4 '12	5.34	328.12
Q1 '13	12.68	340.8
Q2 '13	5.63	346.43
Q3 '13	4.57	351
Q4 '13	3.5	354.5
Q1 '14	6.05	360.55
Q2 '14	2.76	363.31
Q3 '14	2.93	366.24
Q4 '14	2.64	368.88

TABLA 10.1: Datos extraídos del portal *Statista* sobre la venta de *iPod* durante el periodo 2006-2014. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas millones de productos.

Datos de ventas de <i>iPad</i> durante el periodo 2010-2014		
Cuatrimestre	Cantidad de ventas por cuatrimestre	Acumuladas
Q3 '10	3.27	3.27
Q4 '10	4.19	7.46
Q1 '11	7.33	14.79
Q2 '11	4.69	19.48
Q3 '11	9.25	28.73
Q4 '11	11.12	39.85
Q1 '12	15.43	55.28
Q2 '12	11.8	67.08
Q3 '12	17.04	84.12
Q4 '12	14.04	98.16
Q1 '13	22.86	121.02
Q2 '13	19.48	140.5
Q3 '13	14.62	155.12
Q4 '13	14.08	169.2
Q1 '14	26.04	195.24
Q2 '14	16.35	211.59
Q3 '14	13.28	224.87
Q4 '14	12.32	237.19

TABLA 10.2: Datos extraídos del portal *Statista* sobre la venta de *iPad* durante el periodo 2010-2014. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.

Predicción de D. Satoh para las ventas del <i>iPod</i>		
Cuatrimestre	Cantidad de ventas por cuatrimestre	Acumuladas
Q1 '06	9.4168	9.4168
Q2 '06	10.021	19.4378
Q3 '06	10.6169	30.0547
Q4 '06	11.1954	41.2501
Q1 '07	11.7471	52.9972
Q2 '07	12.2622	65.2594
Q3 '07	12.7306	77.99
Q4 '07	13.1426	91.1326
Q1 '08	13.4894	104.622
Q2 '08	13.763	118.385
Q3 '08	13.9569	132.3419
Q4 '08	14.0665	146.4084
Q1 '09	14.089	160.4974
Q2 '09	14.0239	174.5213
Q3 '09	13.8728	188.3941
Q4 '09	13.6395	202.0336
Q1 '10	13.3294	215.363
Q2 '10	12.9498	228.3128
Q3 '10	12.5092	240.822
Q4 '10	12.0169	252.8389
Q1 '11	11.4827	264.3216
Q2 '11	10.9167	275.2383
Q3 '11	10.3286	285.5669
Q4 '11	9.7276	295.2945
Q1 '12	9.1222	304.4167
Q2 '12	8.52	312.9367
Q3 '12	7.9276	320.8643
Q4 '12	7.3506	328.2149
Q1 '13	6.7934	335.0083
Q2 '13	6.2596	341.2679
Q3 '13	5.7517	347.0196
Q4 '13	5.2717	352.2913
Q1 '14	4.8204	357.1117
Q2 '14	4.3983	361.51
Q3 '14	4.0054	365.5154
Q4 '14	3.6411	369.1565

TABLA 10.3: Predicción de ventas obtenida por el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh para el periodo 2006-2014. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.

Resultados del Modelo Propuesto para las ventas del <i>iPod</i>					
Periodo	Ventas (R).	Acum. (R)	Ventas (M.P.)	Acum. (M.P.)	Dif.
Q1 '06	14.04	14.04	16.1202	16.1202	-2.0802
Q2 '06	8.53	22.57	7.9108	24.031	0.6192
Q3 '06	8.11	30.68	8.3812	32.4122	-0.2712
Q4 '06	8.73	39.41	8.8379	41.2501	-0.1079
Q1 '07	21.07	60.48	19.7777	61.0278	1.2923
Q2 '07	10.55	71.03	9.68	70.7078	0.8700
Q3 '07	9.82	80.85	10.0498	80.7576	-0.2298
Q4 '07	10.2	91.05	10.3751	91.1327	-0.1751
Q1 '08	22.12	113.17	22.2887	113.4214	-0.1687
Q2 '08	10.64	123.81	10.8648	124.2862	-0.2248
Q3 '08	11.01	134.82	11.0179	135.3041	-0.0079
Q4 '08	11.05	145.87	11.1044	146.4085	-0.0544
Q1 '09	22.73	168.6	22.8357	169.2442	-0.1057
Q2 '09	11.01	179.61	11.0708	180.315	-0.0608
Q3 '09	10.22	189.83	10.9515	191.2665	-0.7315
Q4 '09	10.18	200.01	10.7673	202.0338	-0.5873
Q1 '10	20.97	220.98	21.221	223.2548	-0.2510
Q2 '10	10.89	231.87	10.2228	233.4776	0.6672
Q3 '10	9.41	241.28	9.875	243.3526	-0.4650
Q4 '10	9.05	250.33	9.4864	252.839	-0.4364
Q1 '11	19.45	269.78	18.005	270.844	1.4450
Q2 '11	9.02	278.8	8.6179	279.4619	0.4021
Q3 '11	7.54	286.34	8.1536	287.6155	-0.6136
Q4 '11	6.62	292.96	7.6792	295.2947	-1.0592
Q1 '12	15.4	308.36	14.1336	309.4283	1.2664
Q2 '12	7.67	316.03	6.7259	316.1542	0.9441
Q3 '12	6.75	322.78	6.2582	322.4124	0.4918
Q4 '12	5.34	328.12	5.8027	328.2151	-0.4627
Q1 '13	12.68	340.8	10.4328	338.6479	2.2472
Q2 '13	5.63	346.43	4.9414	343.5893	0.6886
Q3 '13	4.57	351.	4.5405	348.1298	0.0295
Q4 '13	3.5	354.5	4.1615	352.2913	-0.6615
Q1 '14	6.05	360.55	7.3567	359.648	-1.3067
Q2 '14	2.76	363.31	3.4721	363.1201	-0.7121
Q3 '14	2.93	366.24	3.1619	366.282	-0.2319
Q4 '14	2.64	368.88	2.8744	369.1564	-0.2344

TABLA 10.4: Predicción de ventas y diferencias respecto a los datos reales obtenidos con el Modelo Propuesto. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.

Resultados del Modelo Discreto de D.S. para las ventas del <i>iPod</i>					
Periodo	Ventas (R)	Acum. (R)	Ventas (D.S.)	Acum. (D.S).	Dif.
Q1 '06	14.04	14.04	9.4168	9.4168	4.6232
Q2 '06	8.53	22.57	10.021	19.4378	-1.491
Q3 '06	8.11	30.68	10.6169	30.0547	-2.5069
Q4 '06	8.73	39.41	11.1954	41.2501	-2.4654
Q1 '07	21.07	60.48	11.7471	52.9972	9.3229
Q2 '07	10.55	71.03	12.2622	65.2594	-1.7122
Q3 '07	9.82	80.85	12.7306	77.99	-2.9106
Q4 '07	10.2	91.05	13.1426	91.1326	-2.9426
Q1 '08	22.12	113.17	13.4894	104.622	8.6306
Q2 '08	10.64	123.81	13.763	118.385	-3.123
Q3 '08	11.01	134.82	13.9569	132.3419	-2.9469
Q4 '08	11.05	145.87	14.0665	146.4084	-3.0165
Q1 '09	22.73	168.6	14.089	160.4974	8.641
Q2 '09	11.01	179.61	14.0239	174.5213	-3.0139
Q3 '09	10.22	189.83	13.8728	188.3941	-3.6528
Q4 '09	10.18	200.01	13.6395	202.0336	-3.4595
Q1 '10	20.97	220.98	13.3294	215.363	7.6406
Q2 '10	10.89	231.87	12.9498	228.3128	-2.0598
Q3 '10	9.41	241.28	12.5092	240.822	-3.0992
Q4 '10	9.05	250.33	12.0169	252.8389	-2.9669
Q1 '11	19.45	269.78	11.4827	264.3216	7.9673
Q2 '11	9.02	278.8	10.9167	275.2383	-1.8967
Q3 '11	7.54	286.34	10.3286	285.5669	-2.7886
Q4 '11	6.62	292.96	9.7276	295.2945	-3.1076
Q1 '12	15.4	308.36	9.1222	304.4167	6.2778
Q2 '12	7.67	316.03	8.52	312.9367	-0.85
Q3 '12	6.75	322.78	7.9276	320.8643	-1.1776
Q4 '12	5.34	328.12	7.3506	328.2149	-2.0106
Q1 '13	12.68	340.8	6.7934	335.0083	5.8866
Q2 '13	5.63	346.43	6.2596	341.2679	-0.6296
Q3 '13	4.57	351.	5.7517	347.0196	-1.1817
Q4 '13	3.5	354.5	5.2717	352.2913	-1.7717
Q1 '14	6.05	360.55	4.8204	357.1117	1.2296
Q2 '14	2.76	363.31	4.3983	361.51	-1.6383
Q3 '14	2.93	366.24	4.0054	365.5154	-1.0754
Q4 '14	2.64	368.88	3.6411	369.1565	-1.0011

TABLA 10.5: Predicción de ventas y diferencias respecto a los datos reales obtenidos con el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.

Predicción obtenida por el Modelo Tradicional de Bass		
Cuatrimestre	Cantidad de ventas por cuatrimestre	Acumuladas
Q1 '06	9.418	9.418
Q2 '06	10.0093	19.4273
Q3 '06	10.5924	30.0197
Q4 '06	11.1589	41.1786
Q1 '07	11.6998	52.8784
Q2 '07	12.2059	65.0843
Q3 '07	12.6677	77.752
Q4 '07	13.0761	90.8281
Q1 '08	13.4225	104.2506
Q2 '08	13.6995	117.9501
Q3 '08	13.9007	131.8508
Q4 '08	14.0215	145.8723
Q1 '09	14.059	159.9313
Q2 '09	14.0124	173.9437
Q3 '09	13.8826	187.8263
Q4 '09	13.6729	201.4992
Q1 '10	13.388	214.8872
Q2 '10	13.0344	227.9216
Q3 '10	12.6197	240.5413
Q4 '10	12.1526	252.6939
Q1 '11	11.6423	264.3362
Q2 '11	11.0982	275.4344
Q3 '11	10.5295	285.9639
Q4 '11	9.9451	295.909
Q1 '12	9.3533	305.2623
Q2 '12	8.7618	314.0241
Q3 '12	8.1769	322.201
Q4 '12	7.6045	329.8055
Q1 '13	7.0493	336.8548
Q2 '13	6.5149	343.3697
Q3 '13	6.0043	349.374
Q4 '13	5.5196	354.8936
Q1 '14	5.062	359.9556
Q2 '14	4.6323	364.5879
Q3 '14	4.2307	368.8186
Q4 '14	3.857	372.6756

TABLA 10.6: Resultados obtenidos por la predicción con el Modelo Tradicional de Bass para el *iPod* durante el periodo 2006-2014. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.

Predicción obtenida por el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad					
Periodo	Ventas (R)	Acum. (R)	Ventas (M.B.E.)	Acum. (M.B.E.)	Dif.
Q1 '06	14.04	14.04	16.0432	16.0432	-2.0032
Q2 '06	8.53	22.57	7.9214	23.9646	0.6086
Q3 '06	8.11	30.68	8.3829	32.3475	-0.2729
Q4 '06	8.73	39.41	8.8312	41.1787	-0.1012
Q1 '07	21.07	60.48	19.616	60.7947	1.4540
Q2 '07	10.55	71.03	9.6598	70.4545	0.8902
Q3 '07	9.82	80.85	10.0252	80.4797	-0.2052
Q4 '07	10.2	91.05	10.3484	90.8281	-0.1484
Q1 '08	22.12	113.17	22.1047	112.9328	0.0153
Q2 '08	10.64	123.81	10.8418	123.7746	-0.2018
Q3 '08	11.01	134.82	11.0011	134.7757	0.0089
Q4 '08	11.05	145.87	11.0967	145.8724	-0.0467
Q1 '09	22.73	168.6	22.73	168.6024	0.0000
Q2 '09	11.01	179.61	11.0894	179.6918	-0.0794
Q3 '09	10.22	189.83	10.9867	190.6785	-0.7667
Q4 '09	10.18	200.01	10.8207	201.4992	-0.6407
Q1 '10	20.97	220.98	21.2744	222.7736	-0.3044
Q2 '10	10.89	231.87	10.3154	233.089	0.5746
Q3 '10	9.41	241.28	9.9873	243.0763	-0.5773
Q4 '10	9.05	250.33	9.6176	252.6939	-0.5676
Q1 '11	19.45	269.78	18.2284	270.9223	1.2216
Q2 '11	9.02	278.8	8.7831	279.7054	0.2369
Q3 '11	7.54	286.34	8.333	288.0384	-0.7930
Q4 '11	6.62	292.96	7.8706	295.909	-1.2506
Q1 '12	15.4	308.36	14.473	310.382	0.9270
Q2 '12	7.67	316.03	6.9341	317.3161	0.7359
Q3 '12	6.75	322.78	6.4712	323.7873	0.2788
Q4 '12	5.34	328.12	6.0182	329.8055	-0.6782
Q1 '13	12.68	340.8	10.8121	340.6176	1.8679
Q2 '13	5.63	346.43	5.1559	345.7735	0.4741
Q3 '13	4.57	351.	4.7518	350.5253	-0.1818
Q4 '13	3.5	354.5	4.3682	354.8935	-0.8682
Q1 '14	6.05	360.55	7.7154	362.6089	-1.6654
Q2 '14	2.76	363.31	3.666	366.2749	-0.9060
Q3 '14	2.93	366.24	3.3482	369.6231	-0.4182
Q4 '14	2.64	368.88	3.0524	372.6755	-0.4124

TABLA 10.7: Predicción de ventas y diferencias respecto a los datos reales obtenidos con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad. Las ventas son cuatrimestrales y están expresadas en millones de productos.

Comparación de las ventas reales del <i>iPod</i> las tres predicciones				
Periodo	Ventas (R)	Ventas (M.P.)	Ventas (M.B.E.)	Ventas (D.S.)
Q1 '06	14.04	16.1202	16.0432	9.4168
Q2 '06	8.53	7.9108	7.9214	10.021
Q3 '06	8.11	8.3812	8.3829	10.6169
Q4 '06	8.73	8.8379	8.8312	11.1954
Q1 '07	21.07	19.7777	19.616	11.7471
Q2 '07	10.55	9.68	9.6598	12.2622
Q3 '07	9.82	10.0498	10.0252	12.7306
Q4 '07	10.2	10.3751	10.3484	13.1426
Q1 '08	22.12	22.2887	22.1047	13.4894
Q2 '08	10.64	10.8648	10.8418	13.763
Q3 '08	11.01	11.0179	11.0011	13.9569
Q4 '08	11.05	11.1044	11.0967	14.0665
Q1 '09	22.73	22.8357	22.73	14.089
Q2 '09	11.01	11.0708	11.0894	14.0239
Q3 '09	10.22	10.9515	10.9867	13.8728
Q4 '09	10.18	10.7673	10.8207	13.6395
Q1 '10	20.97	21.221	21.2744	13.3294
Q2 '10	10.89	10.2228	10.3154	12.9498
Q3 '10	9.41	9.875	9.9873	12.5092
Q4 '10	9.05	9.4864	9.6176	12.0169
Q1 '11	19.45	18.005	18.2284	11.4827
Q2 '11	9.02	8.6179	8.7831	10.9167
Q3 '11	7.54	8.1536	8.333	10.3286
Q4 '11	6.62	7.6792	7.8706	9.7276
Q1 '12	15.4	14.1336	14.473	9.1222
Q2 '12	7.67	6.7259	6.9341	8.52
Q3 '12	6.75	6.2582	6.4712	7.9276
Q4 '12	5.34	5.8027	6.0182	7.3506
Q1 '13	12.68	10.4328	10.8121	6.7934
Q2 '13	5.63	4.9414	5.1559	6.2596
Q3 '13	4.57	4.5405	4.7518	5.7517
Q4 '13	3.5	4.1615	4.3682	5.2717
Q1 '14	6.05	7.3567	7.7154	4.8204
Q2 '14	2.76	3.4721	3.666	4.3983
Q3 '14	2.93	3.1619	3.3482	4.0054
Q4 '14	2.64	2.8744	3.0524	3.6411

TABLA 10.8: Comparación de las ventas reales, predicción de las ventas con el Modelo Propuesto (M.P.), predicción de las ventas con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad (M.B.E) y Modelo Discreto propuesto por Daisuke Satoh (D.S.) durante el periodo 2006-2014. Las ventas están expresadas en millones de productos.

Diferencias de las predicciones respecto a los datos reales			
Periodo	Dif. (M.P.)	Dif. (M.B.E.)	Dif. (D.S.)
Q1 '06	-2.0802	-2.0032	4.6232
Q2 '06	0.6192	0.6086	-1.4910
Q3 '06	-0.2712	-0.2729	-2.5069
Q4 '06	-0.1079	-0.1012	-2.4654
Q1 '07	1.2923	1.4540	9.3229
Q2 '07	0.87	0.8902	-1.7122
Q3 '07	-0.2298	-0.2052	-2.9106
Q4 '07	-0.1751	-0.1484	-2.9426
Q1 '08	-0.1687	0.0153	8.6306
Q2 '08	-0.2248	-0.2018	-3.1230
Q3 '08	-0.0079	0.0089	-2.9469
Q4 '08	-0.0544	-0.0467	-3.0165
Q1 '09	-0.1057	0.0000	8.6410
Q2 '09	-0.0608	-0.0794	-3.0139
Q3 '09	-0.7315	-0.7667	-3.6528
Q4 '09	-0.5873	-0.6407	-3.4595
Q1 '10	-0.251	-0.3044	7.6406
Q2 '10	0.6672	0.5746	-2.0598
Q3 '10	-0.465	-0.5773	-3.0992
Q4 '10	-0.4364	-0.5676	-2.9669
Q1 '11	1.445	1.2216	7.9673
Q2 '11	0.4021	0.2369	-1.8967
Q3 '11	-0.6136	-0.7930	-2.7886
Q4 '11	-1.0592	-1.2506	-3.1076
Q1 '12	1.2664	0.9270	6.2778
Q2 '12	0.9441	0.7359	-0.8500
Q3 '12	0.4918	0.2788	-1.1776
Q4 '12	-0.4627	-0.6782	-2.0106
Q1 '13	2.2472	1.8679	5.8866
Q2 '13	0.6886	0.4741	-0.6296
Q3 '13	0.0295	-0.1818	-1.1817
Q4 '13	-0.6615	-0.8682	-1.7717
Q1 '14	-1.3067	-1.6654	1.2296
Q2 '14	-0.7121	-0.9060	-1.6383
Q3 '14	-0.2319	-0.4182	-1.0754
Q4 '14	-0.2344	-0.4124	-1.0011

TABLA 10.9: Diferencias de las ventas reales, predicción de las ventas con el Modelo Propuesto (M.P.), predicción de las ventas con el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad (M.B.E) y Modelo Discreto propuesto por Daisuke Satoh (D.S.). Las ventas están expresadas en millones de productos.

Comparación de errores de los tres modelos simulados		
Modelo	Sumatoria de diferencias absolutas.	Sumatoria de diferencias.
M.P.	22.203	-0.2764
M.T.E.	22.383	-3.9755
M.D.S.	120.71	-0.2765

TABLA 10.10: Sumatoria de diferencias y sumatoria de valores absolutos de las diferencias entre los datos reales y las predicciones de: el Modelo Propuesto, el Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad y el Modelo Discreto de Bass propuesto por Daisuke Satoh, expresadas en millones de productos.

Comparación entre las ventas reales <i>iPad</i> y las predicciones del M.P.				
Periodo	Ventas (R)	Ventas (M.P.)	Acum. (R)	Acum. (M.P.)
Q3 '10	3.27	3.27	8.3812	8.38
Q4 '10	4.19	7.46	8.8379	17.22
Q1 '11	7.33	14.79	19.7777	37.
Q2 '11	4.69	19.48	9.68	46.68
Q3 '11	9.25	28.73	10.0498	56.73
Q4 '11	11.12	39.85	10.3751	67.1
Q1 '12	15.43	55.28	22.2887	89.39
Q2 '12	11.8	67.08	10.8648	100.26
Q3 '12	17.04	84.12	11.0179	111.27
Q4 '12	14.04	98.16	11.1044	122.38
Q1 '13	22.86	121.02	22.8357	145.21
Q2 '13	19.48	140.5	11.0708	156.28
Q3 '13	14.62	155.12	10.9515	167.24
Q4 '13	14.08	169.2	10.7673	178.
Q1 '14	26.04	195.24	21.221	199.22
Q2 '14	16.35	211.59	10.2228	209.45
Q3 '14	13.28	224.87	9.875	219.32
Q4 '14	12.32	237.19	9.4864	228.81

TABLA 10.11: Comparación entre las ventas reales del *iPad* y la predicción punto a punto del Modelo Propuesto (M.P.) durante el periodo 2010-2014. Las ventas están expresadas en millones de productos.

Parte VI

Conclusiones

Capítulo 11

Conclusiones

11.1. Hipótesis de Investigación

- La Aplicación de Estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh genera una mejor predicción de ventas respecto al Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad y al Modelo Discreto propuesto por D. Satoh.

Se pudo comprobar mediante las simulaciones hechas que la Hipótesis de Investigación es verdadera, ya que el Modelo Propuesto genera mejorías en la predicción tanto del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh como del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad.

11.2. Objetivo general

- Determinar los beneficios de aplicar estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh en la previsión de ventas de productos nuevos productos tecnológicos.

Se pudo determinar que la aplicación de estacionalidad al Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh ofrece una mejor predicción, es decir, es la que se acerca más a la realidad, como se pudo constatar a través de las simulaciones hechas para los productos *iPod* y *iPad*, comparando las predicciones del Modelo Propuesto con las predicciones de sus Modelos Base: Modelo Discreto de Bass propuesto por D.

Satoh y Modelo de Bass con Estacionalidad y con los datos reales de ventas de dichos productos.

Dicha mejoría se da como consecuencia de los siguientes factores:

- El Modelo Propuesto, al tener como base al Modelo Discreto de Bass, provee una mejor estimación de parámetros respecto al Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad.
- El Modelo Propuesto considera estacionalidad y por lo tanto, distribuye las ventas de los productos en picos y valles de ventas, por el contrario del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh.
- El Modelo Propuesto incorpora los beneficios de ambas bases, obteniendo en ambos casos, mejores predicciones respecto a las mismas. Es decir, el Modelo Propuesto es una mejora del Modelo Discreto propuesto por D. Satoh y del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad.

11.3. Objetivos específicos

1. Identificar cuáles son los fundamentos teóricos/prácticos conocidos para la predicción de ventas de nuevos productos:

Se identificaron los fundamentos y los métodos que se utilizan para la predicción de ventas. Se pudo determinar que aunque existe una amplia gama de métodos que ayuda a los asesores a la hora de dar su veredicto sobre las futuras ventas de productos que ya están operando dentro del mercado, existen complicaciones para predecir el comportamiento de las ventas de un producto realmente nuevo. Sin embargo, se desarrollaron procedimientos para dicho caso y los más conocidos son la Opinión del Experto en el rubro y la utilización de Modelos Cuantitativos, específicamente el Modelo de Bass.

2. Reconocer las variables más importantes que definen el comportamiento del lanzamiento de un nuevo producto:

Dentro del trabajo, se pudo identificar que el comportamiento dentro del ciclo de vida de un producto viene dado por las primeras compras. Por ello, los parámetros de innovación (p), imitación (q) y potencial de mercado (m) son determinantes a la hora de predecir las ventas de un nuevo producto, ya que

darán referencias importantes sobre cómo los consumidores pertenecientes al mercado objetivo adoptan y adoptarán el producto, en función al grado de innovación e imitación que tienen los mismos. El potencial de mercado en cambio, es útil para contemplar las cantidades que se pueden llegar a vender dentro del proceso de difusión.

Por ello, estudiar dichos parámetros ofrece información importante a la hora de conocer el comportamiento de las ventas de un producto que tiene vida corta en el mercado, o que todavía no ha sido lanzado.

3. Señalar las consideraciones que podrían quedar excluidas a la hora de utilizar solamente el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh.

Una vez analizados los beneficios del Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh, se pudo reconocer que la predicción hecha por dicho modelo posee sesgo por los siguientes motivos:

- Omisión de la estacionalidad de los productos, que en el caso particular de los productos tecnológicos, es bastante fuerte.
- Al ignorar la estacionalidad, se ignora la heterocedasticidad producida por la misma.
- El modelo no contempla un error estándar, dejando de esta manera sin efecto los posibles errores de muestreo y las variables no contempladas dentro del modelo.

4. Desarrollar un mecanismo para lograr que el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh considere estacionalidad: Se pudo construir el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh con estacionalidad utilizando el mismo mecanismo propuesto por los autores del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad, pero discretizando todas las variables que intervienen en la formulación.

Se utilizó una expresión discretizada equivalente a la Base del Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad y luego se aplicó el procedimiento de distribución de ventas utilizado por dicho modelo, considerando en este caso, periodos de tiempo discreto.

Para la estimación de los parámetros se consideraron los mismos procedimientos utilizados para el Modelo Discreto de Bass propuesto por D. Satoh.

El Modelo Propuesto obtenido es un análogo discreto al Modelo Tradicional de Bass con Estacionalidad.

5. Determinar si la estacionalidad es un fenómeno determinante a la hora de predecir las ventas de un producto tecnológico.

Por medio de las simulaciones de los productos *iPod* y *iPad*, se determinó que ambos productos están afectados por una fuerte estacionalidad. Una vez que el patrón estacional fue detectado en los datos de ventas del *iPod* y replicados durante todo el proceso mediante las predicciones del Modelo Propuesto, se pudo comprobar que el *iPad*, un producto también tecnológico y realmente nuevo lanzado diez años después al mercado estaba asimismo afectado por estacionalidad, por lo que el Modelo Propuesto es también capaz de predecir su comportamiento, ayudado por una buena estimación del potencial de mercado (m). Si la estacionalidad quedara excluida de la predicción, se tendría una distribución de ventas irreal, ignorando los picos de ventas que demandan más esfuerzos de la empresa.

Por ello, se concluye que es de suma importancia la consideración de la estacionalidad dentro de los productos tecnológicos.

De esta manera, se considera que todos los objetivos fueron cumplidos satisfactoriamente y que el Modelo Propuesto es capaz de mejorar las predicciones ofrecidas por sus modelos base.

El Modelo Propuesto es una mejora dentro de los métodos involucrados en la predicción de ventas, pero existen variadas posibilidades de realizar mejoras adicionales a este trabajo.

11.4. Recomendaciones

Se presentan opciones de trabajos futuros, que se podrían realizar como continuación de este trabajo y otras líneas de desarrollo que tienen similitudes importantes con este trabajo.

- Se recomienda analizar el error arrojado por el Modelo Propuesto. Si bien dentro de este trabajo se incorporó el término de error dentro del modelo, se desconoce la magnitud del mismo y su alcance.

- Se sugiere realizar una investigación para determinar el grado de similitud necesaria entre los productos para asegurar una buena predicción, en caso de que se utilice un producto similar para predecir el comportamiento de otro que será lanzado. Se tiene que cuando los productos son intergeneracionales, tienen una gran cantidad de características iguales, lo que disminuye la probabilidad de que se comporten de una manera diferente. Sin embargo, determinar a partir desde qué grado de similitud la predicción funcionaría, es decir proponer un intervalo de similitud de productos aceptables para la utilización del Modelo de Bass y de los derivados del mismo, puede llegar a producir grandes mejoras a la predicción.
- Otra sugerencia consiste en analizar las diferencias mencionadas entre los valores de $f(t)$ en el caso de la formulación a partir del número acumulado de adoptadores y de la fórmula propuesta en el Modelo Tradicional de Bass, que se mencionó en el libro, ya que el reconocimiento de una expresión general para $f(t)$ podría disminuir los errores dentro de la predicción.
- Trabajar en el cálculo de δ_k cuando el producto no presenta estacionalidad simple, es decir, cuando el conjunto es de la forma $\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_j\}$ y ninguno de ellos es 0.
- También se sugiere investigar la existencia de influencias a los parámetros p y q , es decir, si existe manera de controlar el comportamiento de dicho parámetro, de un producto a otro, mediante estrategias de *Neuromarketing* y conocimiento profundo del consumidor. El objetivo sería conocer si es posible manejar dichos parámetros, al menos parcialmente, en caso de que el producto a ser lanzado sea totalmente nuevo y no tenga ningún producto similar en el mercado, en cuyo caso, la única alternativa actual es la opinión de un experto que, como se trató en el libro, muchas veces es subjetiva.

Glosario

- *Algoritmos*: Procedimiento de rutina descrito con precisión que puede ser aplicado sistemáticamente a través de una conclusión.
- *Cadena de valor*: serie de departamentos que realizan actividades que crean valor al diseñar, producir, vender, entregar y apoyar los productos de una empresa.
- *Constante de integración*: constante arbitraria que expresa una ambigüedad inherente a la construcción de primitivas.
- *Cuota de mercado*: fracción o porcentaje de ventas que una empresa tiene del total de ventas del mercado donde opera.
- *Demanda de un producto*: deseos de los consumidores respaldados por el poder de compra.
- *Investigación de mercados*: diseño, recopilación, análisis e informes sistemáticos de datos pertinentes a una situación de marketing específica que enfrenta una organización.
- *Marketing*: proceso mediante el cual las compañías crean valor para los clientes y establecen estrechas relaciones con ellos, para obtener a cambio valor de los consumidores.
- *Mercado*: conjunto de todos los compradores reales y potenciales de un producto o servicio.
- *Muestra*: subconjunto de una población seleccionada sobre las cuales se realizan experimentos y se sacan conclusiones para hacer inferencias sobre la población total, a partir de dichas conclusiones.

- *Parámetros*: variable que toma diferentes valores y da a su vez, al cambiar de valores, valores diferentes a otras variables determinadas.
- *Planeación Estratégica de Marketing*: proceso de crear y mantener una coherencia estratégica entre las metas y las capacidades de la organización, y sus oportunidades de *marketing* cambiantes. Implica definir una misión clara para la empresa, establecer objetivos de apoyo, diseñar una cartera comercial sólida y coordinar estrategias funcionales.
- *Población*: conjunto sobre el cual se realizan inferencias basadas en las muestras tomadas del conjunto.
- *Promoción*: incentivos a corto plazo que fomentan la compra o la venta de un producto o servicio.
- *Publicidad*: cualquier forma pagada de representación y promoción no personales acerca de ideas, bienes o servicios, por un patrocinador identificado.
- *Variables*: expresión usualmente denotada por una letra, que define valores dentro de un conjunto dado. Puede ser usado para representar elementos de un conjunto no numérico, pero frecuentemente se refiere a las cantidades numéricas y funciones definidas en ellas, junto con la relación entre las mismas.

Bibliografía

- Bass, F. (1969). A new product growth model for consumer durables. *Management Science* 15, 215-227.
- Bernhardt, I. and MacKenzie, K. (1972). Some problems in using diffusion models for new products. *Management Science* 19, 187-200.
- Clapham, C. and Nicholson, J. (1996). *Concise Dictionary of Mathematics*. Oxford University Press, 4 edition.
- Hirota, R. (1979). Nonlinear partial difference equations. V. Nonlinear equations reducible to linear equations. *Journal of the Physical. Society of Japan* 46, 312-319.
- Kotler, P. and Armstrong, G. (2007). *Marketing, Versión para Latinoamérica*. 11 edition.
- Lambin, J.-J., Gallucci, C., and Sicurello, C. (2009). *Dirección de Marketing. Gestión estratégica y operativa del mercado*. Mc Graw Hill, 2 edition.
- Lehmann, D. R. and Winter, R. S. (2005). *Administración del Producto*. Mc Graw Hill Interamericana.
- Mahajan, V., Mason, C., and Srinivasan, V. (1986). An evaluation of estimation procedures for new product diffusion models. In V. Mahajan and Y. Wind (eds.): *Innovation Diffusion Models of New Product Acceptance*, 203-232.
- Mahajan, V. and Wind, Y. (1986). Innovation diffusion models of new product acceptance: A reexamination. In V. Mahajan and Y. Wind (eds.): *Innovation Diffusion Models of New Product Acceptance*, 3-25.
- Nagle, T. T. and Holden, R. K. (2002). *Estrategias y tácticas de precios. Una guía para tomar decisiones rentables*. Pearson Education.

-
- Peers, Y., Fok, D., and Franses, P. H. (2010). Modeling Seasonality in New Product Diffusion. ERIM Report Series Research in Management.
 - Real Academia Española (2014). Diccionario de la lengua española. Consultado en <http://www.rae.es/recursos/diccionarios/drae>.
 - Rogers, E. (1962). *Diffusion of Innovations*. New York: The Free Press.
 - Satoh, D. (2001). A Discrete Bass Model and its parameter estimation. Journal of the Operations Research. Society of Japan. Vol. 44, No. 1.
 - Schmittlein, D. and Mahajan, V. (1982). Maximum likelihood estimation for an innovation diffusion model of new product acceptance. Marketing Science 1, 57-78.
 - Shugan, S. M. and Radas, S. (1999). *Services and seasonal demand*. T.A. Swartz, D. Iacobucci, eds., Handbook of Services, Marketing and Management. London: Sage Publications.
 - Srinivasan, V. and Mason, C. (1986). Nonlinear least squares estimation of new product diffusion models. Marketing Science 5, 169-178.
 - van den Bulte, C. and Gary L, L. (1997). Bias and systematic change in the parameter estimates of macro-level diffusion models. Marketing Science 16(4)338-353.